

JUN 29 1938

ZEITSCHRIFT FÜR PHYSIK

HERAUSGEGEBEN UNTER MITWIRKUNG
DER
DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

VON
H. GEIGER

109. BAND. 3. UND 4. HEFT

MIT 65 TEXTFIGUREN

(ABGESCHLOSSEN AM 20. MAI 1938)



VERLAG VON JULIUS SPRINGER, BERLIN

1938

Die

Zeitschrift für Physik

erscheint zwanglos in einzelnen Heften; 12 Hefte bilden einen Band.

Die Zeitschrift für Physik ist durch jede Buchhandlung zu beziehen. Die Mitglieder der Deutschen Physikalischen Gesellschaft erhalten die Zeitschrift für Physik zu einem mit dem Vorstande der Gesellschaft vereinbarten Vorzugspreis geliefert.

Es wird ausdrücklich darauf aufmerksam gemacht, daß mit der Annahme des Manuskriptes und seiner Veröffentlichung durch den Verlag das ausschließliche Verlagsrecht für alle Sprachen und Länder an den Verlag übergeht, und zwar bis zum 31. Dezember desjenigen Kalenderjahres, das auf das Jahr des Erscheinens folgt. Hieraus ergibt sich, daß grundsätzlich nur Arbeiten angenommen werden können, die vorher weder im Inland noch im Ausland veröffentlicht worden sind. Auch verpflichtet sich der Autor, die Arbeit nachträglich nicht anderweitig zu veröffentlichen.

Manuskriptsendungen sind an die **Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9, Linkstraße 22/24**, zu richten.

Die Autoren erhalten eine Fahrenkorrektur. Eine 2. (Umbruch-) Korrektur wird nur auf ausdrücklichen Wunsch übersandt, weil dadurch in der Regel das Erscheinen der Arbeit erheblich verzögert wird.

Autorkorrekturen, d. h. nachträgliche **Textänderungen**, werden, soweit sie 10 % der Satzkosten übersteigen, den Verfassern in Rechnung gestellt.

Die Mitarbeiter erhalten von ihren Arbeiten 75 Sonderdrucke unentgeltlich. Weitere 125 Exemplare werden, falls bei Rücksendung der 1. Korrektur bestellt, gegen eine angemessene Entschädigung geliefert. Darüber hinaus gewünschte Exemplare müssen zum Bogennettopreise berechnet werden. Mit der Lieferung von Dissertationsexemplaren befaßt sich die Verlagsbuchhandlung grundsätzlich nicht; sie stellt jedoch den Doktoranden den Satz zur Anfertigung der Dissertationsexemplare durch die Druckerei zur Verfügung.

Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9, Linkstraße 22/24.

Aufnahmebedingungen.

Nur solche Arbeiten können in die Zeitschrift für Physik aufgenommen werden, die den folgenden

Richtlinien

genügen:

1. Die Arbeit muß dem Gebiete der experimentellen oder theoretischen Physik angehören. Auch Arbeiten aus Nachbargebieten können aufgenommen werden. Ausgeschlossen sind jedoch Arbeiten mit rein mathematischem, astronomischem, mineralogischem oder chemischem Inhalt.
2. Die Einleitung der Arbeit soll den Leser in knappen Sätzen in die Vorgeschichte des Problems einführen. Je stärker ein Problem im Vordergrund des Interesses steht, desto kürzer kann die Einleitung gehalten werden.
3. Das Ziel der Arbeit muß schon in der Einleitung klar ausgesprochen werden. Es soll dabei auch ersichtlich sein, inwieweit die Erreichung des gesteckten Zieles einen im Rahmen der heutigen Physik wertvollen wissenschaftlichen Fortschritt bedeutet.
4. Die Beschreibung von Versuchsapparaten soll sich keinesfalls in technische Einzelheiten verlieren. Nur apparative Neuheiten von grundsätzlicher Bedeutung sind von Interesse. Die bildliche Wiedergabe von Apparaten soll durch schematische Zeichnung, nicht durch Photographie erfolgen.
5. Es ist fast immer ausreichend, von den Meßreihen ein typisches Beispiel herauszugreifen. An diesem Beispiel soll aber ersichtlich bzw. kontrollierbar sein, wie die Auswertung erfolgt ist, wie die Rechnungen durchgeführt wurden, welche Korrekturen angebracht sind usw.
6. Die Meßergebnisse sind *entweder* in Tabellen *oder* in Kurven wiederzugeben. Nur in Ausnahmefällen kann es gerechtfertigt sein, dasselbe Zahlenmaterial sowohl in Tabellen wie in Kurvenform zu veröffentlichen.
7. Die Lesbarkeit einer Arbeit gewinnt sehr, wenn die Figuren und Tabellen durch gut durchdachte Beschriftung an sich schon verständlich sind. Jedenfalls sollen alle Figuren und Tabellen mit Unterschriften bzw. Überschriften versehen sein.
8. In theoretischen Arbeiten sollen die mathematischen Ausführungen gerade so ausführlich veröffentlicht werden, daß der Leser die vom Verfasser überwundenen Schwierigkeiten nicht nochmals von neuem überwinden muß. Elementare Rechnungen dürfen nur ganz kurz angedeutet werden. In Zweifelsfällen empfiehlt es sich, Zwischenrechnungen als Anhang in kleinem Druck zu bringen.
9. Die Diskussion der Ergebnisse und die sonstigen allgemeinen Erörterungen sollen in ihrer Ausführlichkeit dem Umfang der in der Arbeit gewonnenen neuen Erkenntnisse entsprechen. Eine kurze Meßreihe berechtigt noch nicht dazu, einen großen Fragenkomplex lehrbuchartig aufzurollen.
10. Jede Arbeit muß in sich abgeschlossen sein. Arbeiten, welche allein auf einen Versuchsvorschlag oder nur auf eine Verbesserung von Meßverfahren oder Meßinstrumenten abzielen, können in der Regel nicht aufgenommen werden.
11. Dissertationen oder Habilitationsschriften können nicht in voller Breite aufgenommen werden. Nur solche Auszüge werden veröffentlicht, die den vorliegenden Richtlinien entsprechen. Die Auszüge sind in einer Fußnote als gekürzte Dissertation usw. zu kennzeichnen.
12. Am Kopf jeder Arbeit soll eine Inhaltsangabe in Kleindruck stehen. In diese Inhaltsangabe sollen vor allem die Punkte aufgenommen werden, welche der Verfasser als seine neuen Ergebnisse und damit als den durch seine Arbeit erzielten wissenschaftlichen Fortschritt ansieht.

Der Herausgeber: H. Geiger.

Untersuchungen an künstlich radioaktivem Arsen*).

Von **P. Harteck, F. Knauer und W. Schaeffer**).**

Mit 4 Abbildungen. (Eingegangen am 15. Februar 1938.)

Auf eine dünne Aluminiumfolie wird radioaktives Arsen niedergeschlagen und in einer automatischen Wilson-Kammer untersucht. Es wird das β -Spektrum vermessen und ferner als seltene Ereignisse das Auftreten von Positronen und Pärchen beobachtet. Mit den gemessenen Energiewerten wird ein Termschema des $^{76}_{34}\text{Se}$ aufgestellt.

I. Einleitung.

Arsen schien zur Untersuchung des β -Spektrums besonders geeignet, da seine relativ lange Lebensdauer ein bequemes Arbeiten mit der Wilson-Kammer ermöglicht. Da auch die präparativen Schwierigkeiten zur Anreicherung des aktiven Arsens von anderer Seite¹⁾ überwunden waren, so war das Hauptziel der vorliegenden Untersuchung, ein größeres experimentelles Material zu schaffen. Wir hatten ferner die Hoffnung, seltene Phänomene nachweisen zu können.

II. Beschreibung der Apparatur.

Die Wilson-Kammer²⁾ für die Untersuchungen wurde zeitweise vollkommen automatisch betrieben (siehe Fig. 1). An den eigentlichen Beobachtungsraum *B* mit 18 cm lichtem Durchmesser schloß sich ein mit tief schwarz gefärbtem Wasser gefüllter Dehnungskörper *D* an, der von einem Messingzylinder *M* umgeben war. Ein Kegelventil *V*, welches beim Öffnen die Luft aus dem Raum zwischen Dehnungskörper und äußerem Messingzylinder in den Unterdruckbehälter strömen läßt, wurde mit einem Hammer *H* hochgeschlagen, der mit Hilfe einer exzentrischen Scheibe *Sch* und einer starken Feder gespannt wurde. Durch die plötzliche Änderung des Luftdrucks wird der Dehnungskörper gedehnt und startet somit die Expansion. Um Turbulenz im Gasraum zu vermeiden, befanden sich unter der Wasseroberfläche zwei Siebplatten *S* im Abstände von etwa 5 cm, durch welche die vertikale Bewegung des Wassers gedämpft wurde und Wellen auf der Oberfläche fast unterdrückt wurden. Die obere Siebplatte lag nach vollzogener Expansion etwa 1 bis 2 mm unter der Wasseroberfläche. In dem Beobachtungsraum befand sich als Gas bei allen Versuchen Luft. Vollkommen einwandfreie Bahnen erhielt man nach 20 bis 30 Vorexansionen

*) D. 18. — **) Vorläufige Mitteilung siehe Naturwiss. 25, 477, 1937.

¹⁾ F. A. Paneth u. J. W. J. Fay, Nature 135, 820, 1935; Journ. of Chem. Soc. 1936, S. 384. — ²⁾ Beim Bau der Wilson-Kammer führte der Mechanikermeister des Instituts, Herr Reiser, manche schwierige Präzisionsarbeit aus.

bei einem Expansionsverhältnis von 1:1,30. Der ganze Beobachtungsraum wurde mit zwei Bogenlampen beleuchtet, die 10 Sekunden vor der Expansion automatisch gezündet wurden, und deren Licht erst eine halbe Sekunde

vor der Expansion in den Beobachtungsraum gelangen konnte.

Die Bahnen wurden stereoskopisch mit zwei elektrisch auslösbaren selbstgebauten Spezialkameras senkrecht von oben und unter einem Winkel von 20° gegen das Lot auf Kinofilm¹⁾ im Format $24 \times 24 \text{ mm}^2$ photographiert.

Als Objektive wurden zwei Meyer-Görlitz 1:3,5 ($f = 7,5 \text{ cm}$) Primotare benutzt. Die Belichtungszeit betrug bei beiden Kameras etwa $1/10$ Sekunde und der Unterschied in der gleichzei-

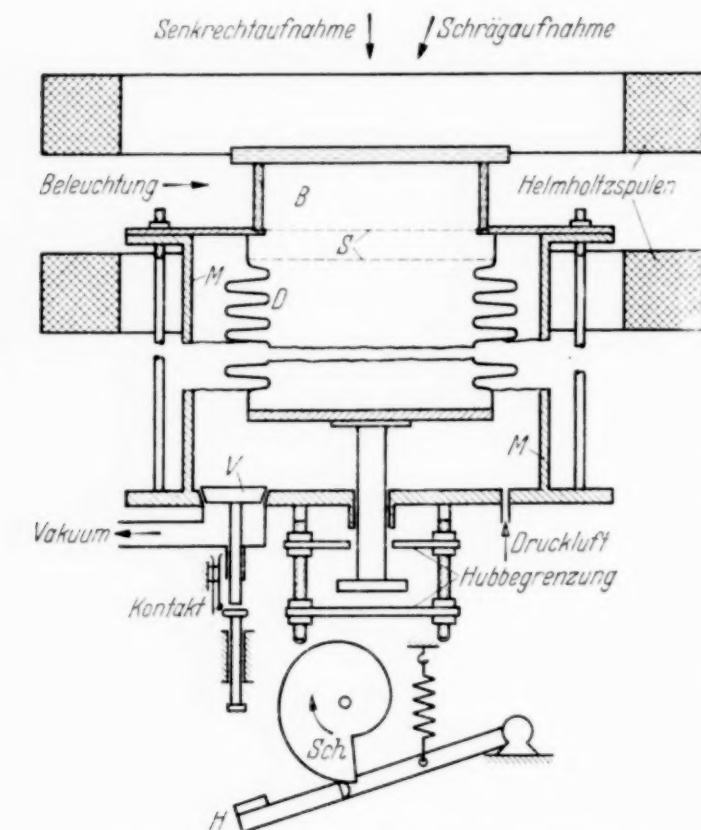


Fig. 1. Vertikalschnitt (schematisch) durch die Wilson-Kammer.

tigen Auslösung beider Kameras war in der Größenordnung von $1/100$ bis $2/100$ Sekunde, was für die stereoskopische Aufnahme der Bahnen belanglos war, da dieselben mindestens $1/10$ Sekunden stillstanden.

Das Magnetfeld wurde von zwei Spulen in Helmholtz-Anordnung erzeugt, deren äußerer Durchmesser 50 cm betrug. Die Feldstärke war auf 1% bekannt und betrug 714 Gauß bei einer Stromstärke von 25,35 Amp. Die räumliche Variation der Feldstärke in dem Beobachtungsraum der Wilson-Kammer lag innerhalb von 1%.

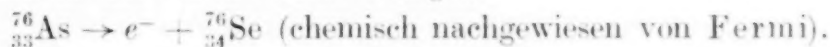
III. Ausführung der Versuche.

a) *Herstellung des künstlich radioaktiven Arsens (Aktivierung).* Die Ausgangssubstanz war Arsenwasserstoff. Der gereinigte Arsenwasserstoff wurde zwecks Aktivierung in eine von innen versilberte Glaskugel von

¹⁾ Herrn Prof. Eggert sind wir zu großem Dank verpflichtet für die Überlassung von zahlreichem Filmmaterial.

1 Liter Inhalt hineingelassen. Die Kugel hatte einen Hals mit Schliffelektrode, die aus einer Silberplatte von etwa 1 cm^2 Fläche bestand und in der Mitte der Kugel saß. Nach Fermi¹⁾ wird das Arsen durch thermische Neutronen aktiviert. Die Halbwertszeit¹⁾ des aktiven Arsens beträgt etwa 26 Stunden. Die aktiven Arsenatome lassen sich in hoher Konzentration nach dem Verfahren von Fay und Paneth (l. c.) herauspräparieren. Zu diesem Zweck wurde zwischen der inneren Schliffelektrode, die mit einer Aluminiumfolie von $1/1000$ mm Dicke umhüllt war und der versilberten Innenwand eine Gleichspannung von etwa 1500 Volt gelegt. Die Neutronenquelle (Beryllium + 60 bis 100 MC Emanation)²⁾ wurde unmittelbar außen an die Kugel gebracht und beides in einen großen Behälter mit Wasser eingetaucht. Die angelegte Spannung bewirkte nun, daß die aktiven Arsenionen sich auf der Aluminiumfolie absetzten. Nach Beendigung der Aktivierung wurde die Aluminiumfolie von $1/1000$ mm Dicke von der Elektrode entfernt und in einen Streifen von 20 Aluminiumschichten zusammengefaltet.

b) *Untersuchungen am radioaktiven Arsen in der Wilson-Kammer.* Die zusammengefaltete Folie wurde zur Untersuchung des β -Zerfalls in die Mitte des Beobachtungsraumes der Wilson-Kammer gebracht. Der Prozeß geht nach Fermi so vor sich, daß das Arsenisotop unter Emission eines β -Teilchens in das stabile Selen übergeht:



Die Energieverteilung der emittierten Elektronen wird aus den Krümmungsradien der Bahnen und deren Winkel gegen die magnetischen Feldlinien ermittelt. Der Energieverlust der Elektronen beim Durchqueren der ganzen Aluminiumfolie (20 Schichten) für Elektronen mit der Energie von $2 \cdot 10^5$ e-Volt beträgt nach Klemperer³⁾ etwa 3%, so daß eine Korrektur erst in dem energieärmsten Teil des β -Spektrums nötig wäre⁴⁾.

Es wurden rund 6000 stereoskopische Aufnahmen gemacht, auf denen sich etwa 2100 Bahnen befanden, von denen 1750 zur Ausmessung geeignet waren. Die Bahnen bestanden nicht ausschließlich aus β -Bahnen, sondern auch aus Positronen und Pärchen. Es wurden zunächst nur solche Bahnen benutzt, die einen Winkel bis zu $\pm 20^\circ$ gegen die Horizontale besaßen.

¹⁾ E. Fermi u. a., Proc. Roy. Soc. London (A) **146**, 483, 1934. — ²⁾ Herr Prof. Dr. Holthausen und Frl. Dr. Hamann vom Krankenhaus Hamburg-St. Georg unterstützten die vorliegende Arbeit durch Überlassung größerer Mengen Ra-Emanation. — ³⁾ O. Klemperer, Einführung in die Elektronik, S. 269. — ⁴⁾ Die Verteilung der langsamsten Elektronen soll daher noch bei einer Folie von $1/1000$ mm Dicke, welche nicht zusammengefaltet ist, untersucht werden.

Es wurden dann auch noch Bahnen mit größeren Winkeln hinzugenommen, da deren Energieverteilungskurve bei Berücksichtigung der dem Magnetfeld parallelen Bahnkomponenten die gleiche war. Die Winkel wurden während der Aufnahmen durch unmittelbare Beobachtung der Bahnen in der Wilson-Kammer und später noch einmal durch Betrachtung der Aufnahmen im Stereoskop geschätzt. Die Schätzungsfehler der Winkel machten auf $H \cdot q$ weniger aus als andere Fehlerquellen. Die Krümmungsradien wurden unter einer starken Lupe mit großem Gesichtsfeld ausgemessen, indem die Bahnen mit Kreisen von bekanntem Durchmesser zur Deckung gebracht wurden. Die Vergleichskreise wurden dadurch erhalten, daß eine Schar auf Papier gezeichneter konzentrischer Kreise, deren Radien sich von Kreis zu Kreis um 5 mm änderten, in der Mittelebene des Beobachtungsraumes mit der Kamera für die Senkrechtaufnahmen photographiert wurde.

Es brauchte daher bei der Bestimmung des Krümmungsradius wegen der Verkleinerung der Bilder kein Umrechnungsfaktor angebracht zu werden, da auf diese Art die β -Bahnen und die konzentrischen Kreise auf denselben Maßstab bezogen waren. Die Änderung der Vergrößerung innerhalb der Tiefenausdehnung des Beobachtungsraumes betrug maximal $\pm 2\%$. Für einen Wert des Krümmungsradius von 5 cm und eine Feldstärke von 600 Gauß ($H \cdot q = 3000$) betrug der Fehler von $H \cdot q$ etwa 5%, für einen Radius von 15 cm ($H \cdot q = 9000$) etwa 10%, entsprechend einem Fehler in der Energie von 8 bzw. 12%. Die Bahnen wurden in $H \cdot q$ -Intervallen von 1000 eingeteilt (vgl. Fig. 2).

IV. Versuchsergebnisse.

Nach Uhlenbeck und Konopinski¹⁾ gilt für den β -Zerfall der modifizierte Fermi-Ansatz:

$$w(\varepsilon) = A \cdot F(Z, \varepsilon) \cdot \varepsilon \cdot (\varepsilon^2 - 1)^{1/2} (\varepsilon_0 - \varepsilon)^4 d\varepsilon;$$

dabei ist:

$$\varepsilon = \frac{E}{mc^2}, \quad \varepsilon_0 = \frac{E_{\max}}{mc^2}$$

und

$$E = E_{\text{kin}} + mc^2.$$

Der Ausdruck $w(\varepsilon)$ besitzt bei Vernachlässigung des Kernfeldes ein Maximum bei ungefähr $1/3$ der oberen Grenze. Für Diagrammzwecke ist folgende Umformung vorteilhaft²⁾:

$$\sqrt[4]{\frac{N}{F(Z, \eta)}} = k[(1 + \eta_{\max}^2)^{1/2} - (1 + \eta^2)^{1/2}],$$

¹⁾ E. J. Konopinski u. G. E. Uhlenbeck, Phys. Rev. **48**, 7, 1935. —

²⁾ J. N. D. Kurie, J. R. Richardson, H. C. Paxton, Phys. Rev. **48**, 167, 1935; **49**, 368, 1936.

Durch Aufzeichnen von $(N/F)^{1/4}$ gegen $(1 + \eta^2)^{1/2}$, wo N die Anzahl der Bahnen im Intervall und $\eta = \frac{H \cdot q}{1700}$ den mittleren Impuls der Elektronen im Intervall bedeuten, sollte man eine gerade Linie erhalten, wenn das Experiment die Theorie bestätigt. $F(Z, \eta)$ ist eine Funktion, die berechnet wird zu:

$$F(Z, \eta) = \frac{\eta^2 \cdot 2 \pi y}{1 - e^{-2 \pi y}},$$

wo

$$y = \frac{Z}{137 \cdot \eta} \cdot (1 + \eta^2)^{1/2}$$

ist. $(1 + \eta^2)^{1/2} = \frac{E_{\text{kin}}}{m c^2} + 1 = \varepsilon$ ist die Gesamtenergie, ausgedrückt in Einheiten von $m c^2$.

Eine Extrapolation obiger Geraden bis zum Schnitt mit der Abszisse bietet eine bequeme Möglichkeit, das $(H \cdot q)_{\text{max}}$ und damit die Grenzenergie zu bestimmen.

Die nach diesem Schema berechneten Punkte liegen nicht auf einer Geraden, sondern man muß — worauf schon Brown und Mitchell¹⁾ hingewiesen haben — die β -Verteilung in zwei Komponenten bzw. zwei Geraden zerlegen. Aus der Extrapolation der beiden Geraden erhält man den Grenzwert der energieärmeren Komponente zu $1,10 \pm 0,20$ M e-Volt und den Grenzwert der energiereicheren Komponente zu $3,16 \pm 0,10$ M e-Volt (siehe Fig. 2 und 3).

Die energiereichere Komponente hat ein Maximum bei $H \cdot q = 4000$ entsprechend einer Energie von etwa 0,8 M e-Volt, die energieärmere hat ihr Maximum bei $H \cdot q = 1700$ entsprechend einer Energie von 0,2 M e-Volt.

Da die 1700 β -Bahnen in 10 unabhängigen Meßreihen beobachtet wurden, so ist es interessant, durch Mittelwertbildung der $H \cdot q$ -Werte jeder einzelnen Meßreihe die Streuung derselben zu verfolgen. Faßt man die Meßreihen 1 bis 3, 4 bis 7 und 8 bis 10 zusammen, so erhält man folgende mittleren $H \cdot q$ -Werte:

Meßreihe	N	$H \cdot q$
1—3	517	3900
4—7	640	3900
8—10	593	4150
1—10	1750	etwa 4000

¹⁾ M. V. Brown u. A. C. G. Mitchell, Phys. Rev. **50**, 593, 1936.

Nimmt man die Meßreihen derjenigen Bahnen, die erst beobachtet wurden, nachdem das Präparat schon älter als 36 Stunden war, so erhält

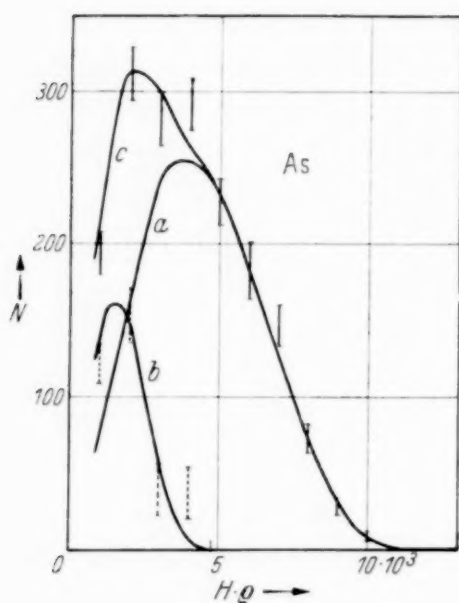


Fig. 2. Anzahl der β -Bahnen in $H \cdot q$ -Intervallen von 1000 in Abhängigkeit von $H \cdot q$. Kurve a ist aus der Konopinski-Uhlenbeck-Geraden A für die energiereichere Komponente in Fig. 3, Kurve b aus der Geraden B für die energieärmere Komponente berechnet. Die ausgezogenen senkrechten Striche geben die statistischen mittleren Schwankungen der Messungen. Die punktierten senkrechten Striche geben die mittleren Schwankungen, die übrig bleiben, wenn man die Differenz zwischen den gemessenen Zahlen und der Kurve a bildet. Kurve c ist die Summenkurve von a und b .

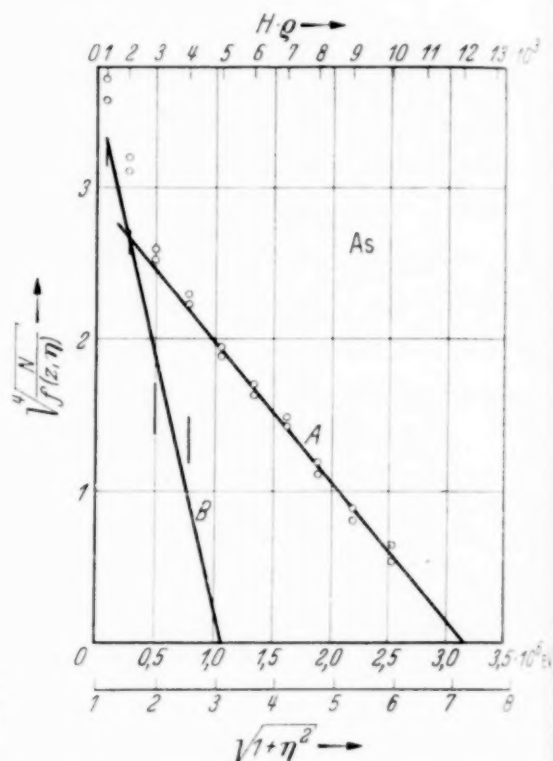


Fig. 3. Konopinski-Uhlenbeck-Diagramm zu Fig. 2. Die Gerade A entspricht der Kurve a , die Gerade b der Kurve b in Fig. 2. Die Kreise geben die mittleren Schwankungen der Messungen, die senkrechten Striche die mittleren Schwankungen für die energieärmere Komponente.

man ein mittleres $H \cdot q$ von 4050 aus 382 Bahnen. Daraus erhellt, daß das Präparat keine zwei Gruppen radioaktiven Arsens mit verschiedener Halbwertszeit enthält¹⁾.

V. Diskussion der Versuche.

a) Elektronen und Pärchen. Die Differenz der Grenzenenergien der beiden Komponenten muß den Atomkern als γ -Strahlung verlassen, und zwar unmittelbar nach der Emission des β -Teilchens wegen der kurzen

¹⁾ M. V. Brown u. A. C. G. Mitchell (l. c.) erhielten, während die vorliegende Arbeit im Gange war, aus 180 β -Bahnen eine Verteilung, die sie in zwei Komponenten mit den Grenzenenergien von 3,4 und 1,09 Me-Volt auflösen konnten. Mittelt man die $H \cdot q$ -Werte dieser Verfasser, so kommt man auf $H \cdot q = 3500$.

Lebensdauer des angeregten Zustandes. Es liegt nahe, nach einem Zusammenhang zwischen dieser γ -Strahlung und den beobachteten Pärchen zu suchen. Wenn die Pärchen durch sie ausgelöst wären, müßte man folgendes erwarten:

1. Die Summe aus der Bildungsenergie des Pärchens und den kinetischen Energien des Positrons und des Elektrons müßte gleich der Energie des γ -Quants, also gleich der Energiedifferenz zwischen den Grenzen der beiden β -Spektren sein.

2. Mit jedem Pärchen müßte gleichzeitig ein Elektron beobachtet werden, welches von derselben Stelle des Präparates ausgeht.

3. Die Energieverteilung der gleichzeitig mit den Pärchen beobachteten Elektronen müßte mit der Energieverteilung einer energieärmeren Komponente des β -Spektrums übereinstimmen.

Die beobachteten Pärchen, nur soweit sie zweifelsfrei als solche zu erkennen und auszuwerten waren, sind in der folgenden Tabelle nach Energien geordnet zusammengestellt ¹⁾.

Tabelle.

Nr.	Errechnete Energie des γ -Quants	Energie des gleichzeitig beobachteten Elektrons
1	$2,16 \cdot 10^6$ e-Volt	$0,565 \cdot 10^6$ e-Volt
2	2,18	0,080
3	2,11	0,305
4	2,21	0,308
5	2,14	0,525
Mittel	$2,16 \cdot 10^6$ e-Volt	$0,356 \cdot 10^6$ e-Volt
6	$(3,1 \pm 0,25) \cdot 10^6$ e-Volt	nicht beobachtet
7	$(3,2 \pm 0,25)$	" "
Mittel	$3,15 \cdot 10^6$ e-Volt	
8	$1,45 \cdot 10^6$ e-Volt	nicht beobachtet

Wie man sieht, kann man die Pärchen in zwei Gruppen mit den Energien $2,16 \cdot 10^6$ e-Volt und $3,15 \cdot 10^6$ e-Volt einteilen.

Die Energie der ersten Gruppe stimmt mit der Energiedifferenz zwischen den Grenzen der beiden beobachteten Gruppen überein. Das er-

¹⁾ Da die nicht einwandfrei ausmeßbaren Pärchen weggelassen sind, kann man nach der Tabelle nicht die Häufigkeit von Pärchen berechnen. Dasselbe gilt für die unten besprochenen Positronen.

wartete Elektron tritt jedesmal auf¹⁾. Um die Energieverteilung dieser Elektronen zu prüfen, kann man bei ihrer geringen Anzahl nur versuchen, aus dem Mittelwert ihrer Energie auf den Grenzwert ihrer Verteilung zu schließen. Die mittlere Energie von $0,356 \cdot 10^6$ e-Volt ist mit einem Grenzwert von $1,10 \cdot 10^6$ e-Volt gut vereinbar.

Aus dem Auftreten einer zweiten Pärchengruppe mit $3,15 \cdot 10^6$ e-Volt kann man auf das Vorhandensein einer dritten Komponente mit sehr kleiner Grenzenergie im β -Spektrum schließen. Die Energie der zu erwartenden Elektronen könnte im Grenzwert höchstens $0,1 \cdot 10^6$ e-Volt betragen. Die meisten von ihnen müßten kleinere Energie haben, und

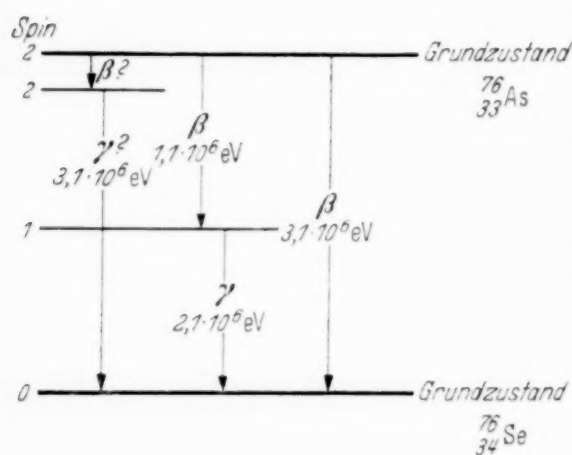


Fig. 4. Kernniveauschema des Selen.

könnte es z. B. dadurch entstanden sein, daß zufällig gleichzeitig ein Elektron und ein Positron ausgesandt wurden. Oder andere unbekannte Ursachen haben es ausgelöst.

Trägt man die Zerfallskonstanten in das Sargent-Diagramm²⁾ ein, dann liegen die beiden Arsenkomponenten auf den Geraden für Kernspinänderung 1 bzw. 2. Daß sie doch etwa gleich häufig sind, kommt von den verschiedenen Grenzenergien der beiden Komponenten. Das Kernniveauschema des entstehenden Selen ist in Fig. 4 dargestellt.

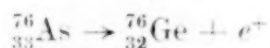
b) Positronen. Bei der Untersuchung des β -Zerfalls wurden auch Positronen beobachtet. Was die Entstehung derselben betrifft, so muß man es nach den stereoskopischen Aufnahmen für ausgeschlossen halten, daß es sich um Pärchen handelt, sondern nur um einzelne Positronen. Da das radioaktive Arsen mit dem Atomgewicht 76 sowohl ein Isobar des

könnten zum größten Teil unsere Aluminiumfolie nicht durchdringen. Ihr Fehlen bei der Beobachtung ist deshalb nicht verwunderlich. In weiteren Experimenten soll nach einem Spektrum energieärmerer β -Teilchen gesucht werden.

Das einzelne Pärchen mit $1,45 \cdot 10^6$ e-Volt läßt sich nicht einordnen. Da vom Arsen auch Positronen emittiert werden,

¹⁾ Zwei Abbildungen eines Pärchens mit einem gleichzeitig austretenden Elektron, vgl. Naturw. l. c. Im weiteren Verlauf der Arbeit sind bessere Pärchen beobachtet worden. — ²⁾ B. W. Sargent, Proc. Roy. Soc. London (A) **139**, 659, 1933; A. C. G. Mitchell, Phys. Rev. **52**, 1, 1937.

Selens als auch des Germaniums besitzt, ist zu vermuten, daß die Entstehung der Positronen auf den Vorgang:



zurückzuführen ist. Die Halbwertszeit ist innerhalb der Fehlergrenze dieselbe wie für den β -Zerfall, wodurch so gut wie bewiesen ist, daß der Positronenstrahler ${}_{33}^{76}\text{As}$ ist.

Betrachtet man die $H \cdot q$ -Werte der unter 1750 β -Bahnen gefundenen 20 Positronen, so hat es den Anschein, als ob auch hier zwei Komponenten vorliegen. Bildet man nämlich die mittlere Energie sämtlicher Positronen (etwa 0,3 Me-Volt), so entspräche dieser Energie bei einem einfachen Spektrum ein Grenzwert von etwa 0,8 Me-Volt. Der Grenzwert wird aber von drei Positronen übertroffen. Genauere Aussagen werden sich erst machen lassen, wenn das Versuchsmaterial erhöht sein wird. Man hat in der Tat auch beim Positronenzerfall mit einem zusammengesetzten Spektrum zu rechnen, da der Spin von ${}_{33}^{76}\text{As}$ 2 beträgt und der von ${}_{32}^{76}\text{Ge}$ 0 ist.

VI. Zusammenfassung.

Aus 1750 β -Bahnen wurde ein Spektrum erhalten, das sich nach Uhlenbeck und Konopinski in zwei Komponenten mit den Grenzenergien von $3,16 \pm 0,10$ Me-Volt und $1,10 \pm 0,20$ Me-Volt auflösen läßt. Es wird durch die Untersuchungen wahrscheinlich gemacht, daß das β -Spektrum mit der Grenzenergie von $1,10 \pm 0,20$ Me-Volt von einer γ -Strahlung mit der Energie von 2,16 Me-Volt begleitet ist, welche bisweilen zur inneren Pärchenbildung Anlaß gibt.

Es tritt auch Positronenzerfall auf.

Dem Stifterverband sowie der Forschungsgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft sind wir zu großem Dank verpflichtet für die Überlassung von Mitteln, welche die Durchführung der Arbeit ermöglichten.

Hamburg, Institut f. physikal. Chemie der Hansischen Universität.

Über die Spektren J II, J I und Cl II.

Von **K. Murakawa** in Tokio.

Mit 6 Abbildungen. (Eingegangen am 26. Januar 1938.)

In J II wurde eine Anzahl Linien neu klassifiziert und eine Reihe von Termen wurde identifiziert. Die Hyperfeinstrukturen der typischen Linien wurden gemessen und durch die Feinstrukturtermschemata ($I = 5/2$) gedeutet. Drei Terme (2D) $6p\,{}^1P_1$, (2D) $6s\,{}^3D_2$ und $sp\,{}^5P_1$ zeigen besonders anomale Aufspaltungen. Fast alle starken J I-Linien im sichtbaren Gebiete konnten eingeordnet werden. In Cl II wurden die Terme $3p\,{}^1D_2$, (2D) $4s\,{}^1D_2$ und (2D) $4p\,{}^1P_1$ identifiziert.

1. Spektrum von J II. Seit längerer Zeit habe ich die Analyse der Funkenspektren der Halogene in Angriff genommen, und die Ergebnisse für das Spektrum Cl II wurden schon früher mitgeteilt¹⁾. In zwei vorläufigen Mitteilungen wurde der Schlüssel zur Analyse des Spektrums J II berichtet, und das mechanische Kernmoment von J^{127} wurde zu $5/2$ bestimmt²⁾. Der Schlüssel bestand in der Auffindung einer Reihe von Termen des 4S -Systems. Auch die Terme des 2D -Systems können analog gefunden werden. Während ich mich mit der Analyse des 2D -Systems beschäftigte, veröffentlichte Lacroute³⁾ einen Aufsatz, welcher die Ausmessung der Funkenlinien von J II im Schumann-Gebiet und die Angabe der Zeeman-Typen der Linien im Bereich $\lambda\,5950\text{--}2533\text{ \AA}$ umfaßte. Er konnte u. a. die wichtigsten Terme des 2D -Systems auffinden und eine genaue Verknüpfung der 4S - und 2D -Systeme geben. Seine Analyse ist im allgemeinen mit der meinigen in guter Übereinstimmung, weicht jedoch in einigen Punkten ab.

Durch die Arbeit von Lacroute hat sich die Erkenntnis des Spektrums J II ziemlich erweitert und doch ist eine Anzahl starker Linien ungedeutet geblieben, über welche im folgenden berichtet werden soll.

In bezug auf die experimentellen Einzelheiten sei folgendes gesagt: die Aufnahme des Spektrums wurde früher in dem Institute of Phys. & Chem. Research (Tokio) in den ersten drei Ordnungen eines 15-Foot-Konkavgitters und mit einigen interferometrischen Apparaten gemacht. Die Lichtquelle war eine mit Neon und Jod gefüllte Geißler-Röhre. Bei der Arbeit im hiesigen Institut wurde eine mit reinem Jod gefüllte Geißler-

¹⁾ K. Murakawa, ZS. f. Phys. **69**, 507, 1931; **96**, 117, 1935. — ²⁾ K. Murakawa, Sci. Pap. Inst. Phys. Chem. Res. Tokio **20**, 285, 1933; Proc. Phys.-Math. Soc. Japan **17**, 14, 1935. Siehe auch: Nature **137**, 1030, 1936; **138**, 324, 1936. —

³⁾ P. Lacroute, Ann. de Phys. **3**, 5, 1935.

Röhre benutzt und ein Plangitter- und ein Prismenspektrograph wurden gebraucht. Durch eine Bogenentladung durch die Röhre wurden ziemlich lichtstarke J II-Linien mit ausgezeichneter Schärfe erzeugt. Das Einschalten einer Kapazität von etwa $0,1 \mu\text{F}$ genügte, um fast alle Bogenlinien zu schwächen.

Die Linien, welche von mir neu eingeordnet wurden und solche, deren Angabe Lacroutes geändert wurden, sind in Tabelle 1 angegeben. Hinsichtlich der $6s-6p$ - und $6p-7s$ -Kombinationen des ^4S -Systems sei auf meine vorläufigen Mitteilungen verwiesen. In der Tabelle 1 wurden die Wellenlängen der Linien, welche mit * versehen sind, der Arbeit von Kerris¹⁾ entnommen, welcher mit einem größeren Konkavgitter gearbeitet hat.

Es ist nun gelungen, mit Hilfe der Bergmann-Serie die Termwerte mit ziemlich guter Genauigkeit (etwa $\pm 30 \text{ cm}^{-1}$) zu normieren, wonach sämtliche Termwerte Lacroutes um 2720 cm^{-1} erniedrigt werden müssen. Alle bisher bekannten Terme von J II sind in der Tabelle 2 zusammengestellt.

Wegen der großen Aufspaltungen der Multipletts sind die Eigenschaften einiger Terme mit gleichem J verwaschen. Z. B. ist die Eigenschaft der Terme 43347 und 39541 teilweise $6p^3D_1$ und teilweise $6p^1P_1$. Ich habe aber den größten Term aus der Konfiguration $(^2D)6p$ in Analogie mit F II²⁾, Cl II und Br II dem Symbol 1P_1 zugeordnet. Die größere Hyperfeinstrukturaufspaltung des $6p^3D_1$ -Terms als $6p^1P_1$ steht mit dieser Zuordnung im Einklang. Es ist kaum möglich und fast sinnlos, die Terme $(^4\text{S})5d^3D_1$ und $(^2D)6s^3D_1$ zu unterscheiden. Ebenso sind $(^2D)6p^3F_3$ und $(^2D)6p^3D_3$ kaum unterscheidbar.

2. *Hyperfeinstruktur von J II.* In Fig. 1a sind die Struktur der Linie $\lambda 5464,6$ [$(^4\text{S})6s^5S_2-(^4\text{S})6p^5P_2$] und das Feinstrukturtermschema angegeben. Die eingeklammerten Komponenten sind durch das Termschema gefordert, konnten aber wegen der Schwäche nicht beobachtet werden. Die beobachtete Struktur dieser Linie kann nur mit der Annahme von $I = 5/2$ gedeutet werden. Tolansky³⁾, welcher auch die Struktur dieser Linie untersucht hat, hat eine überzählige Komponente bei 0,303 gefunden und daraus die Richtigkeit der Klassifikation dieser Linie bezweifelt. Solche Komponente ist aber von mir nicht beobachtet worden.

Die Feinstrukturterme von $(^4\text{S})6s^5S_2$ ordnen sich annäherungsweise der Landéschen Intervallregel unter.

¹⁾ W. Kerris, ZS. f. Phys. **60**, 20, 1930. — ²⁾ B. Edlén, ZS. f. Phys. **93**, 433, 1935. — ³⁾ S. Tolansky, Proc. Roy. Soc. London (A) **149**, 269, 1935.

Tabelle I. Spektrum von J II.

Int.	λ_{Luft}	ν_{Vak}	Termkombination	Int.	λ_{Luft}	ν_{Vak}	Termkombination	Schwerpunkt: λ 5405,420 ν 18494,82	Auch J I.	Schwerpunkt: λ 5351,82 ν 18680,05
0,5	10406,0	9607,3	(⁴ S) 5 d ³ D ₂ - (⁴ S) 6 p ³ P ₂	10	5690,915*	17567,01	(² D) 6 s ¹ D ₂ - (² D) 6 p ³ F ₃			
5	8969,54	11145,79	(⁴ S) 5 d ³ D ₂ - (⁴ S) 6 p ³ P ₁	4	5679,98	17600,82	(² P) 5 d ¹ D ₂ - (⁴ S) 5 f ³ F ₂			
4	8704,12	11485,66	(⁴ S) 5 d ³ D ₁ - (⁴ S) 6 p ⁵ P ₁	4	5603,14*	17842,19	(² D) 6 p ³ P ₂ - (² D) 6 d ⁴ a ₃			
3	8623,40	11593,18	(⁴ S) 5 d ³ D ₁ - (⁴ S) 6 p ⁵ P ₂	10	5598,50	17856,98	8 p ⁵ 3 P ₁ - (² D) 6 p ³ D ₁			
2	8251,90	12115,09	(⁴ S) 5 d ³ D ₂ - (⁴ S) 6 p ³ P ₂	5	5593,133*	17874,12	(² D) 6 s ³ D ₁ - (² D) 6 p ¹ P ₁			
3	8123,98	12305,86	(² D) 6 s ¹ D ₂ - (² D) 6 p ¹ P ₁	1	5568,10*	17954,48	(² D) 6 p ³ P ₁ - (² D) 6 d ⁴ a ₃			
12	7657,99	13054,66	(⁴ S) 5 d ⁵ D ₂ - (⁴ S) 6 p ⁵ P ₁	4	5551,651*	18007,67	(² D) 6 s ¹ D ₂ - (² D) 6 p ³ P ₂			
5	7618,56	13122,23	(² D) 5 d ³ F ₃ - (² D) 6 p ³ F ₂	3	5494,07*	18196,40	(² D) 6 p ³ F ₁ - (² D) 6 d ⁴ a ₃			
12	7595,40	13162,24	(⁴ S) 5 d ⁵ D ₂ - (⁴ S) 6 p ⁵ P ₂	2	5468,16*	18282,62	(² D) 6 p ³ F ₂ - (² D) 6 d ⁴ a ₃			
10	7351,36*	13599,18	(⁴ S) 5 d ⁵ D ₃ - (⁴ S) 6 p ⁵ P ₂	1	5457,06*	18319,81	(² D) 6 p ³ P ₂ - (² D) 6 d ⁴ a ₃			
5	7225,85*	13835,39	(⁴ S) 5 d ⁵ D ₃ - (⁴ S) 6 p ⁵ P ₁	1	5454,49	18328,44	(² D) 6 p ³ P ₂ - (² D) 6 d ⁴ a ₃			
00	7166,68	13949,62	(² D) 6 p ³ F ₂ - (⁴ S) 6 d ³ D ₂	4	5438,005*	18384,00	(² D) 6 p ³ P ₂ - (² D) 6 p ³ P ₁			
00	7146,00	13989,99	(² D) 6 p ³ F ₂ - (⁴ S) 6 d ³ D ₃	8	5435,843*	18391,31	8 p ⁵ 1 P ₁ - (⁴ S) 6 p ³ P ₂			
6	7139,07	14003,57	(² D) 5 d ³ F ₃ - (² D) 6 p ³ D ₂	2	5427,593*	18419,27	(² D) 6 p ³ D ₂ - (² D) 7 s ³ D ₁			
4	7120,05	14040,98	(² D) 6 p ³ F ₂ - (⁴ S) 6 d ³ D ₁	1	5426,752	18422,12	(² D) 6 p ¹ D ₂ - (² D) 6 d ⁴ f ₃			
0,4	7115,09	14050,77	} s p ⁵ 3 P ₁ - (² D) 6 p ¹ P ₁	6	5405,650	18494,036				
0,3	7114,78	14051,37		5	5405,446	18494,735				
0,2	7114,27	14052,38		4	5405,281	18495,299				
5	7085,21	14110,02	(² D) 5 d ¹ G ₄ - (² D) 6 p ³ F ₃	2,5	5405,165	18495,696				
5	7042,25	14196,30	(² D) 5 d ¹ G ₄ - (² D) 6 p ³ F ₄	1	5405,096	18495,934				
3	7021,64*	14237,77	(⁴ S) 5 d ⁵ D ₂ - (⁴ S) 6 p ⁵ P ₃	2	5374,50	18601,22	(² D) 6 p ³ F ₄ - (² D) 6 d ⁴ b ₃			
00	6979,39	14323,95	(² P) 5 d ¹ G ₂ - (⁴ S) 5 f ⁵ F ₃	2	5372,500*	18608,15	(⁴ S) 6 p ⁵ P ₂ - (² P) 5 d ⁴ Z ₂			
20	6958,781	14366,36	(⁴ S) 5 d ⁵ D ₄ - (⁴ S) 6 p ⁵ P ₂	5	5369,87*	18617,26	(² D) 6 s ³ D ₂ - (² D) 6 p ³ F ₃			
00	6950,98	14382,50	(² P) 5 d ¹ G ₂ - (⁴ S) 5 f ⁵ F ₁	0,5	5354,80	18669,65	(² D) 6 p ³ F ₄ - (² D) 6 d ⁴ c ₃			
1	6910,13	14467,52	(² D) 6 p ¹ D ₂ - (² D) 6 d ⁴ a ₃	1	5351,95	18679,60				
0	6880,32	14530,20	(² D) 6 p ³ P ₁ - (² D) 7 s ³ D ₁	0,7	5351,77	18680,23				
5	6825,17	14647,62	(² D) 6 s ³ D ₃ - (² D) 6 p ³ F ₂	0,5	5351,65	18680,64				
10	6812,562*	14674,72	(⁴ S) 5 d ⁵ D ₃ - (⁴ S) 6 p ⁵ P ₃	3	5349,69	18687,49	(² D) 6 p ³ F ₃ - (² D) 6 d ⁴ b ₃			
1	6792,45	14718,17	(² D) 6 s ¹ D ₂ - (² D) 6 p ³ D ₃	10	5345,146*	18703,58	(² D) 6 s ³ D ₃ - (² D) 6 p ³ F ₄			
0,5	6771,70	14763,27	(² P) 5 d ¹ G ₂ - (⁴ S) 5 f ³ F ₂	2	5341,61	18715,76	(⁴ S) 6 p ⁵ P ₁ - (² P) 5 d ⁴ Z ₂			
0	6769,67	14767,70	(² P) 5 d ¹ G ₂ - (⁴ S) 5 f ³ F ₃	1	5330,19	18755,85	(² D) 6 p ³ F ₃ - (² D) 6 d ⁴ c ₃			
5	6764,12	14779,82	(² D) 5 d ³ F ₂ - (² D) 6 p ¹ P ₃	3	5326,425	18769,11	(² D) 6 p ³ F ₃ - (² D) 6 d ⁴ d ₃			
5	6718,803*	14879,50	(⁴ S) 5 d ⁵ D ₄ - (⁴ S) 6 p ⁵ P ₂	5	5322,819*	18781,83	8 p ⁵ 1 P ₁ - (⁴ S) 6 p ³ P ₀			
2	6685,32	14954,02	(² D) 6 p ¹ D ₂ - (² D) 6 d ⁴ d ₃	4	5265,17*	18987,47	(⁴ S) 5 d ³ D ₁ - (² D) 6 p ³ D ₁			
10	6665,970*	14997,43	8 p ⁵ 1 P ₁ - (⁴ S) 6 p ³ P ₁	8	5245,696*	19057,96	(² D) 6 s ³ D ₃ - (² D) 6 p ³ P ₂			
1	6618,41	15104,98	8 p ⁵ 1 P ₁ - (⁴ S) 6 p ⁵ P ₂	4	5211,08*	19173,51	(⁴ S) 5 d ³ D ₁ - (² D) 6 p ³ D ₂			
5	6585,190*	15181,41	(⁴ S) 5 d ³ D ₁ - (² D) 6 p ¹ P ₁	2	5205,24	19201,80	(⁴ S) 6 p ³ P ₂ - (⁴ S) 6 d ⁵ D ₂			
2	6546,94	15270,10	(⁴ S) 5 d ³ D ₁ - (⁴ S) 6 p ³ P ₀	1	5175,37*	19316,93	(² D) 6 p ³ F ₂ - (² D) 7 s ³ D ₁			
5	6524,80	15293,98	(⁴ S) 5 d ³ D ₁ - (² D) 5 d ⁴ Z ₂	2	5155,05	19393,06	(² D) 6 p ¹ P ₁ - (² D) 6 d ⁴ a ₃			

[illegible]

Tabelle 1 (Fortsetzung).

Int.	λ_{Luft}	ν_{Vak}	Termkombination	Int.	λ_{Luft}	ν_{Vak}	Termkombination
4	4513,212	22150,97	$(^2D) 6p^3F_4 - (^2D) 6d f_3$	0	3498,412	28576,01	$(^2D) 6s^3D_3 - (^4S) 5f^3F_3$
1	4496,86*	22231,53	$(^2D) 6p^3P_1 - (^2D) 6d q_2$	1	3497,377*	28584,71	$(^4S) 5d^3D_2 - (^2D) 6p^1D_2$
3	4495,72	22237,16	$(^2D) 6p^3F_3 - (^2D) 6d f_3$	0,5	3468,44	28823,18	$(^2D) 6p^3P_0 - (^2D) 6d^3S_1$
1	4492,68	22252,21	$(^2D) 6p^3F_2 - (^2D) 6d a_3$	3	3467,99*	28826,92	$(^2D) 6s^3D_3 - (^4S) 5f^5F_4$
3	4490,774	22261,65	$(^4S) 5d^3D_3 - (^2D) 6p^3F_3$	5	3461,007*	28885,08	$sp^5^3P_1 - (^4S) 5f^5F_1$
6	4488,545*	22272,71	$(^4S) 5d^5D_1 - (^2D) 6p^1P_1$	1	3450,86	28970,01	$(^4S) 6s^3S_1 - (^2D) 6p^3D_1$
3	4487,30	22278,89	$(^2D) 6p^3P_1 - (^2D) 6d^3P_0$	2	3409,929*	29317,74	$(^4S) 5d^5D_1 - (^2D) 6p^3F_1$
8	4476,05*	22334,88	$(^4S) 6p^3P_1 - (^4S) 6d^3D_1$	3	3401,49	29390,48	$sp^5^3P_2 - (^2D) 6p^3F_2$
10	4473,44*	22347,91	$(^4S) 5d^3D_3 - (^2D) 6p^3F_4$	3	3383,857*	29543,63	$(^4S) 5d^5D_2 - (^2D) 6p^3P_2$
3	4456,614*	22432,29	$(^2D) 6s^3D_3 - (^2D) 6p^1D_2$	0,5	3378,48	29590,65	$sp^5^1P_1 - (^2D) 6p^3D_1$
10	4452,881*	22451,09	$(^4S) 6p^5P_2 - (^4S) 6d^5D_3$	0	3374,26	29627,65	$(^2D) 6p^1F_3 - (^2D) 6d i_2$
5	4446,78*	22481,89	$(^4S) 6p^5P_1 - (^4S) 6d^5D_0$	5	3303,080*	30266,09	$(^4S) 6s^5S_2 - (^2D) 6p^3F_2$
7	4444,908*	22491,36	$(^4S) 6p^5P_2 - (^4S) 6d^5D_2$	3	3302,563	30270,82	$sp^5^3P_2 - (^2D) 6p^3D_2$
5	4428,225*	22576,09	$(^2D) 6p^1F_3 - (^4S) 6d^5D_2$	2	3302,489	30271,50	
7	4423,759*	22598,89	$(^4S) 6p^5P_1 - (^4S) 6d^5D_2$	1	3302,432	30272,03	
4	4422,02*	22607,77	$(^2D) 6p^3P_2 - (^4S) 6d q_2$	0,5	3302,391	30272,40	
5	4416,84*	22634,29	$(^4S) 6p^3P_2 - (^4S) 6d^3D_2$	3	3288,858*	30396,96	$(^2D) 6s^3D_1 - (^4S) 5f^3F_2$
4	4412,37*	22657,22	$(^2D) 6p^3F_2 - (^4S) 6d b_3$	1	3276,54*	30511,24	$sp^5^3P_2 - (^2D) 6p^3D_3$
12	4408,962*	22674,73	$(^4S) 6p^3P_2 - (^4S) 6d^3D_3$	2	3256,33	30700,60	$(^4S) 5d^5D_0 - (^2D) 6p^3P_1$
5	4399,086*	22725,63	$(^4S) 6p^3P_2 - (^4S) 6d^3D_1$	0	3238,91	30865,71	$(^4S) 6s^3S_1 - (^2D) 6p^3P_2$
5	4362,477*	22916,34	$(^4S) 6p^5P_2 - (^4S) 6d^5D_1$	3	3175,047*	31486,52	$sp^5^1P_1 - (^2D) 6p^3P_2$
6	4342,105*	23023,85	$(^4S) 6p^5P_1 - (^4S) 6d^5D_1$	2	3170,12	31535,45	$(^2D) 6s^3D_2 - (^4S) 5f^3F_3$
1	4337,49	23048,35	$(^2D) 6p^3F_3 - (^2D) 6d q_2$	00	3155,92	31677,34	$(^4S) 5d^3D_3 - (^4S) 5f^5F_1$
2	4322,75*	23126,94	$sp^5^3P_1 - (^2D) 6p^1D_2$	2	3137,56	31862,69	$sp^5^1P_1 - (^2D) 6p^3P_1$
2	4313,34	23177,39	$(^4S) 6p^5P_3 - (^2P) 5d U_3$	4d	3133,40	31905,00	$sp^5^3P_2 - (^2D) 6p^3D_1$
2d	4322,72	23127,10	$sp^5^3P_1 - (^2D) 6p^1D_2$	1	3102,72	32220,47	$(^4S) 5d^3D_3 - (^4S) 5f^3F_3$
2	4287,98	23314,47	$(^4S) 5d^3D_2 - (^2D) 6p^3D_1$	1	3100,00	32248,73	$sp^5^3P_1 - (^2D) 6p^1F_3$
4	4281,86*	23347,79	$(^2D) 6p^1F_3 - (^2D) 6d f_3$	10	3078,774*	32471,06	$(^4S) 5d^3D_3 - (^4S) 5f^3F_4$
4	4260,14	23466,82	$(^2D) 6p^3P_1 - (^2D) 6d h_2$	2	3049,71*	32780,50	$(^4S) 6s^5S_2 - (^2D) 6p^3D_1$
0	4238,90	23584,40	$(^2D) 5d^1G_1 - (^4S) 5f^5F_5$	5	3021,219*	33089,61	$(^4S) 5d^3D_1 - (^4S) 5f^3F_2$
5	4235,47*	23603,51	$(^4S) 6p^3P_1 - (^4S) 6d^3D_2$	2	2996,726*	33360,05	$sp^5^3P_2 - (^2D) 6p^3F_3$
4	4225,54*	23658,97	$(^4S) 5d^3D_2 - (^2D) 6p^1F_3$	3d	2957,66	33800,66	$sp^5^3P_2 - (^2D) 6p^3P_2$
5	4219,18*	23694,64	$(^4S) 6p^3P_1 - (^4S) 6d^3D_1$	3d	2925,091*	34176,99	$sp^5^3P_2 - (^2D) 6p^3P_1$
0,5	4122,06	24252,90	$(^4S) 6p^5P_2 - (^2P) 5d U_3$	1	2921,972	34213,47	$(^4S) 5d^3D_2 - (^4S) 5f^5F_4$
2	4116,791*	24283,94	$(^2D) 6p^3F_3 - (^2D) 6d h_2$	0,5	2920,11	34235,2	$(^4S) 6s^5S_2 - (^2D) 6p^3F_3$
3	4102,883*	24366,26	$(^2D) 6p^3F_3 - (^2D) 6d i_2$	1	2915,881*	34281,94	$(^4S) 5d^3D_2 - (^4S) 5f^5F_4$
0	4082,55	24415,15	$(^4S) 6p^5P_2 - (^2D) 6d q_2$	10	2878,643*	34728,43	$(^4S) 5d^3D_2 - (^4S) 5f^5F_4$
2	4079,901	24503,51	$(^2D) 6p^3P_1 - (^2D) 6d q_2$	1	2865,17	34891,7	$(^4S) 6p^3P_2 - (^2D) 6p^3F_3$
1	4073,61	24550,98	$(^2D) 6p^3P_1 - (^2D) 6d^3P_0$				

Z	n	l	m	J	J _{vac}	J _{vac}	Termkombination	Z nach
1	1	0	0	0	1	1	1s	1s
1	1	1	0	1	1	1	1s	1s
1	1	1	1	1	1	1	1s	1s
1	1	1	2	1	1	1	1s	1s
1	1	1	3	1	1	1	1s	1s
1	1	1	4	1	1	1	1s	1s
1	1	1	5	1	1	1	1s	1s
1	1	1	6	1	1	1	1s	1s
1	1	1	7	1	1	1	1s	1s
1	1	1	8	1	1	1	1s	1s
1	1	1	9	1	1	1	1s	1s
1	1	1	10	1	1	1	1s	1s
1	1	1	11	1	1	1	1s	1s
1	1	1	12	1	1	1	1s	1s
1	1	1	13	1	1	1	1s	1s
1	1	1	14	1	1	1	1s	1s
1	1	1	15	1	1	1	1s	1s
1	1	1	16	1	1	1	1s	1s
1	1	1	17	1	1	1	1s	1s
1	1	1	18	1	1	1	1s	1s
1	1	1	19	1	1	1	1s	1s
1	1	1	20	1	1	1	1s	1s
1	1	1	21	1	1	1	1s	1s
1	1	1	22	1	1	1	1s	1s
1	1	1	23	1	1	1	1s	1s
1	1	1	24	1	1	1	1s	1s
1	1	1	25	1	1	1	1s	1s
1	1	1	26	1	1	1	1s	1s
1	1	1	27	1	1	1	1s	1s
1	1	1	28	1	1	1	1s	1s
1	1	1	29	1	1	1	1s	1s
1	1	1	30	1	1	1	1s	1s
1	1	1	31	1	1	1	1s	1s
1	1	1	32	1	1	1	1s	1s
1	1	1	33	1	1	1	1s	1s
1	1	1	34	1	1	1	1s	1s
1	1	1	35	1	1	1	1s	1s
1	1	1	36	1	1	1	1s	1s
1	1	1	37	1	1	1	1s	1s
1	1	1	38	1	1	1	1s	1s
1	1	1	39	1	1	1	1s	1s
1	1	1	40	1	1	1	1s	1s
1	1	1	41	1	1	1	1s	1s
1	1	1	42	1	1	1	1s	1s
1	1	1	43	1	1	1	1s	1s
1	1	1	44	1	1	1	1s	1s
1	1	1	45	1	1	1	1s	1s
1	1	1	46	1	1	1	1s	1s
1	1	1	47	1	1	1	1s	1s
1	1	1	48	1	1	1	1s	1s
1	1	1	49	1	1	1	1s	1s
1	1	1	50	1	1	1	1s	1s
1	1	1	51	1	1	1	1s	1s
1	1	1	52	1	1	1	1s	1s
1	1	1	53	1	1	1	1s	1s
1	1	1	54	1	1	1	1s	1s
1	1	1	55	1	1	1	1s	1s
1	1	1	56	1	1	1	1s	1s
1	1	1	57	1	1	1	1s	1s
1	1	1	58	1	1	1	1s	1s
1	1	1	59	1	1	1	1s	1s
1	1	1	60	1	1	1	1s	1s
1	1	1	61	1	1	1	1s	1s
1	1	1	62	1	1	1	1s	1s
1	1	1	63	1	1	1	1s	1s
1	1	1	64	1	1	1	1s	1s
1	1	1	65	1	1	1	1s	1s
1	1	1	66	1	1	1	1s	1s
1	1	1	67	1	1	1	1s	1s
1	1	1	68	1	1	1	1s	1s
1	1	1	69	1	1	1	1s	1s
1	1	1	70	1	1	1	1s	1s
1	1	1	71	1	1	1	1s	1s
1	1	1	72	1	1	1	1s	1s
1	1	1	73	1	1	1	1s	1s
1	1	1	74	1	1	1	1s	1s
1	1	1	75	1	1	1	1s	1s
1	1	1	76	1	1	1	1s	1s
1	1	1	77	1	1	1	1s	1s
1	1	1	78	1	1	1	1s	1s
1	1	1	79	1	1	1	1s	1s
1	1	1	80	1	1	1	1s	1s
1	1	1	81	1	1	1	1s	1s
1	1	1	82	1	1	1	1s	1s
1	1	1	83	1	1	1	1s	1s
1	1	1	84	1	1	1	1s	1s
1	1	1	85	1	1	1	1s	1s
1	1	1	86	1	1	1	1s	1s
1	1	1	87	1	1	1	1s	1s
1	1	1	88	1	1	1	1s	1s
1	1	1	89	1	1	1	1s	1s
1	1	1	90	1	1	1	1s	1s
1	1	1	91	1	1	1	1s	1s
1	1	1	92	1	1	1	1s	1s
1	1	1	93	1	1	1	1s	1s
1	1	1	94	1	1	1	1s	1s
1	1	1	95	1	1	1	1s	1s
1	1	1	96	1	1	1	1s	1s
1	1	1	97	1	1	1	1s	1s
1	1	1	98	1	1	1	1s	1s
1	1	1	99	1	1	1	1s	1s
1	1	1	100	1	1	1	1s	1s

Tabelle 2. Termwerte von J II.

1. Tiefstliegende Terme.

$\begin{cases} 5p^3P_2 \\ 5p^3P_1 \\ 5p^3P_0 \end{cases}$	$\begin{matrix} 153362 (*) \\ 146272 (*) \\ 146911 (*) \end{matrix}$	$\begin{matrix} -7090 \\ 639 \end{matrix}$	$\begin{cases} 5p^1D_2 \\ 5p^1S_0 \end{cases}$	$\begin{matrix} 139631 (*) \\ 120733 (*) (?) \end{matrix}$
---	--	--	--	--

2. 4S -System.

$\begin{cases} 6s^5S_2 \\ 7s^5S_2 \\ 6p^5P_3 \\ 6p^5P_2 \\ 6p^5P_1 \end{cases}$	$\begin{matrix} 72322,04 \\ 34747,29 \\ 52951,99 \\ 54027,54 \\ 54135,08 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 1075,55 \\ 107,54 \end{matrix}$	$\begin{cases} 6s^3S_1 \\ 7s^3S_1 \\ 6p^3P_2 \\ 6p^3P_1 \\ 6p^3P_0 \end{cases}$	$\begin{matrix} 68511,84 \\ 33466,01 \\ 50741,21 \\ 51710,51 \\ 50350,66 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 969,30 \\ -1359,85 \end{matrix}$
$\begin{cases} 5d^5D_4 \\ 5d^5D_3 \\ 5d^5D_2 \\ 5d^5D_1 \\ 5d^5D_0 \end{cases}$	$\begin{matrix} 67318,35 (*) \\ 67626,71 (*) \\ 67189,76 (*) \\ 65620,71 (*) \\ 67970,47 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 308,36 \\ -436,95 \\ -1569,05 \\ 2349,76 \end{matrix}$	$\begin{cases} 5d^3D_3 \\ 5d^3D_2 \\ 5d^3D_1 \\ 6d^3D_3 \\ 6d^3D_2 \\ 6d^3D_1 \end{cases}$	$\begin{matrix} 60348,44 \\ 62856,36 (*) \\ 58529,32 (*) \\ 28066,48 \\ 28106,96 \\ 28015,58 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2507,92 \\ -4327,04 \\ 40,48 \\ -91,38 \end{matrix}$
$\begin{cases} 6d^5D_4 \\ 6d^5D_3 \\ 6d^5D_2 \\ 6d^5D_1 \\ 6d^5D_0 \end{cases}$	$\begin{matrix} 31528,72 \\ 31576,46 \\ 31536,18 \\ 31111,22 \\ 31653,19 (*) \end{matrix}$	$\begin{matrix} 47,74 \\ -40,28 \\ -424,96 \\ 541,97 \end{matrix}$	$\begin{cases} 5f^3F_4 \\ 5f^3F_3 \\ 5f^3F_2 \\ 5s5p^5^3P_2 \\ 5s5p^5^3P_1 \end{cases}$	$\begin{matrix} 27877,38 \\ 28127,93 \\ 28132,49 \\ 71446,82 \\ 57398,95 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 250,55 \\ 4,56 \end{matrix}$
$\begin{cases} 5f^5F_5 \\ 5f^5F_4 \\ 5f^5F_3 \\ 5f^5F_2 \\ 5f^5F_1 \\ 6f^5F_2 \end{cases}$	$\begin{matrix} 28612,37 \\ 28671,12 \\ 28642,88 (*) \\ 28571,61 (*) \\ 28513,09 (*) \\ 18136 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 58,75 \\ -28,24 \\ -71,27 \\ -58,52 \end{matrix}$	$\begin{cases} 5s5p^5^1P_1 \\ 5s5p^5^1P_1 \end{cases}$	$\begin{matrix} 69132,50 \end{matrix}$	

3. 2D -System.

$\begin{cases} 6s^3D_3 \\ 6s^3D_2 \\ 6s^3D_1 \\ 6s^1D_2 \\ 6p^3F_4 \\ 6p^3F_3 \\ 6p^3F_2 \\ 6p^3D_3 \\ 6p^3D_2 \\ 6p^3D_1 \\ 6p^3P_2 \\ 6p^3P_1 \\ 6p^3P_0 \\ 6p^1F_3 \\ 6p^1D_2 \\ 6p^1P_1 \end{cases}$	$\begin{matrix} 56703,91 \\ 59663,37 (*) \\ 61222,03 (*) \\ 55653,81 (*) \\ 38000,53 \\ 38086,80 (*) \\ 42056,56 (*) \\ 40935,63 (*) \\ 41175,20 (*) \\ 39541,88 \\ 37646,14 (*) \\ 37269,80 (*) \\ 38718,78 (*) \\ 39197,25 (*) \\ 34271,65 (*) \\ 43347,91 (*) \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2959,46 \\ 1558,66 \end{matrix}$	$\begin{cases} 5d^3D_2 \\ 5d^3F_3 \\ 5d^3F_4 \\ 5d^1G_1 \\ 7s^3D_1 \\ a_3 \\ b_3 \\ c_3 \\ d_2 \\ e_1 \\ f_3 \\ g_2 \\ h_2 \\ i_2 \end{cases}$	$\begin{matrix} 56271,35 (*) \\ 55178,72 (*) \\ 53977,06 \\ 52196,80 \\ 22739,64 \\ 19804,18 \\ 19399,30 \\ 19330,93 \\ 19317,69 \\ 16621,12 \\ 15849,53 \\ 15038,37 \\ 13802,86 \\ 13720,32 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 14990,91 (?) \\ 9895,60 \end{matrix}$
--	--	--	--	--	---

4. 2P -System.

$\begin{cases} 5d^3X_1 \\ 5d^3Y_2 \\ 5d^3Z_2 \\ 5d^3D_3 \end{cases}$	$\begin{matrix} 45733,21 \\ 42895,66 \\ 35419,32 \\ 32159,15 (*) \end{matrix}$	$\begin{cases} 5d^3D_2 \\ 5d^3P_1 \\ 5d^3U_2 \end{cases}$	$\begin{matrix} 27216,0 (*) \\ 32279,0 (*) \\ 29774,60 \end{matrix}$
--	--	---	--

*) Lacroutes Termwerte um 2720 cm^{-1} erniedrigt.

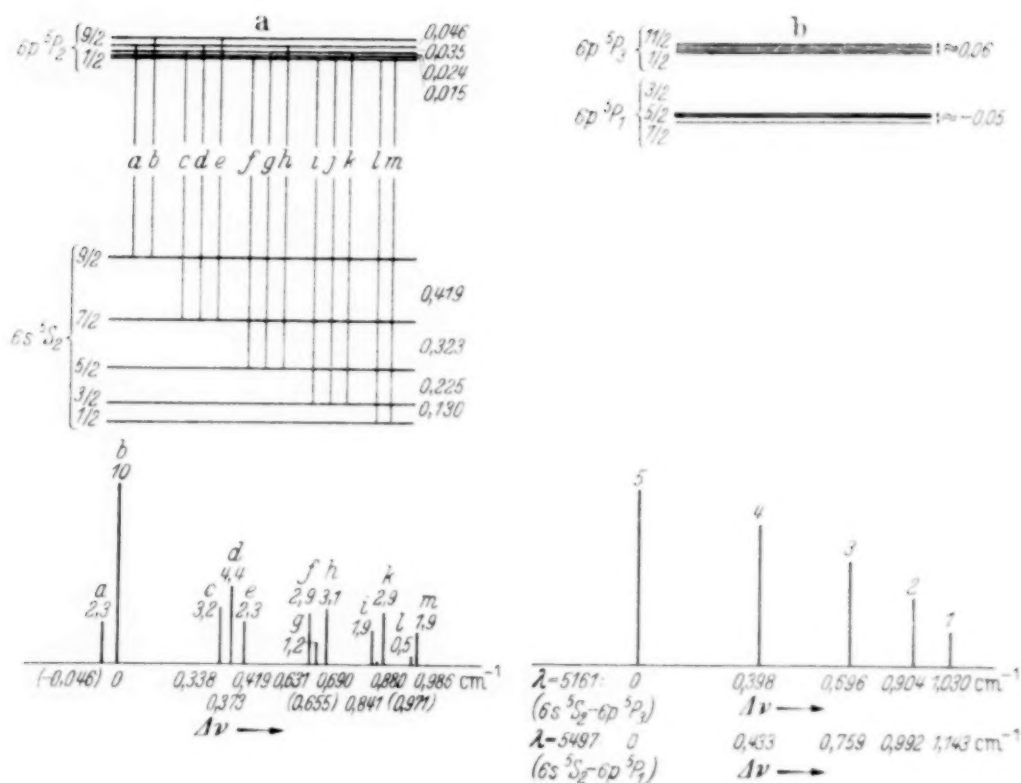


Fig. 1.

- a) Hyperfeinstruktur der Linie $\lambda 5464,6$ [$(^4S) 6s \ ^5S_2 - (^4S) 6p \ ^5P_2$],
 b) Hyperfeinstrukturen der Linien $\lambda 5161,2$ [$(^4S) 6s \ ^5S_2 - (^4S) 6p \ ^5P_3$]
 und $\lambda 5496,8$ [$(^4S) 6s \ ^5S_2 - (^4S) 6p \ ^5P_1$].

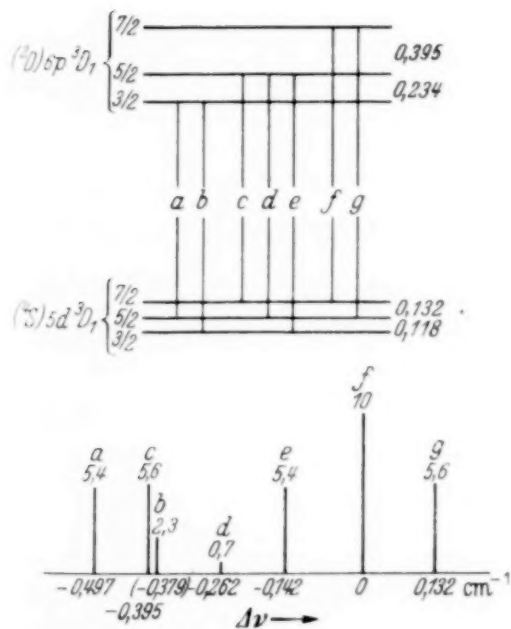


Fig. 2.

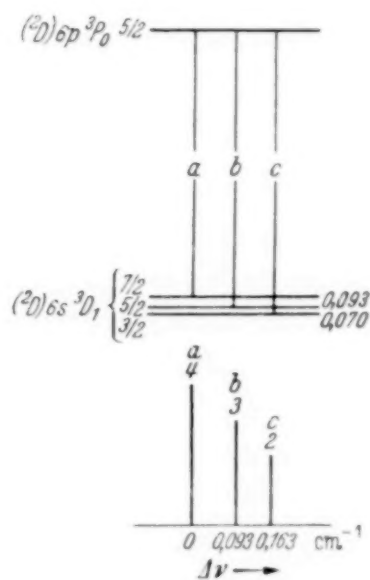
Hyperfeinstruktur der Linie $\lambda 5265,1$.

Fig. 3.

Hyperfeinstruktur der Linie $\lambda 4442,5$.

In Fig. 1 b sind die Strukturen der Linien λ 5161 und λ 5497 dargestellt. Aus ihr folgt, daß der Term $(^4S) 6p^5P_1$ eine negative Aufspaltung besitzt¹⁾, was im Gegensatz zu dem Befunde von Tolansky steht, welcher denselben Term eine positive Aufspaltung zugeordnet hat.

In Fig. 2 bis 5 sind die Linien, welche dem Übergang $J = 1 \rightleftharpoons J = 0$ oder $J = 1 \rightarrow J = 1$ entsprechen, analysiert. Auffallend sind die Feinaufspaltungen des Terms $(^2D) 6p^1P_1$. Hier ist die Aufspaltung $F = 7/2 - 5/2$

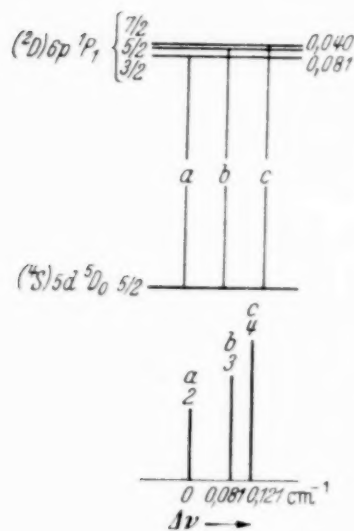


Fig. 4.

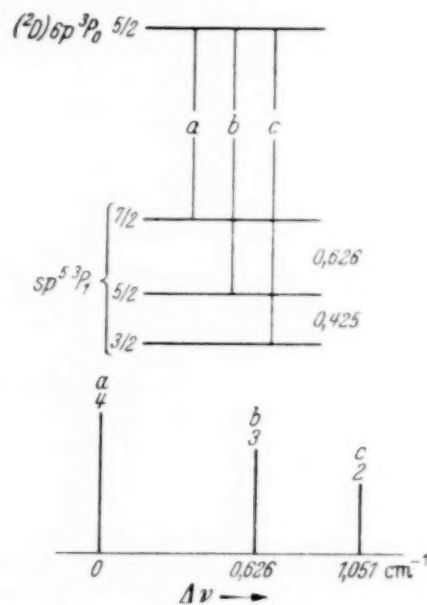
Hyperfeinstruktur der Linie λ 4060,2.

Fig. 5.

Hyperfeinstruktur der Linie λ 5351,8.

kleiner als die Aufspaltung $F = 5/2 - 3/2$. Es ist, als ob ein benachbarter Term den Term $6p^1P_1$ störe. Solch ein hypothetischer Term ist aber bisher nicht gefunden worden.

Der Term $sp^5^3P_1$ ist auch anomal²⁾. Seine Aufspaltungen gehorchen nicht der Landéschen Intervallregel, wie die folgende Rechnung zeigt:

$$0.626 \div 7 = 0.0894, \quad 0.425 \div 5 = 0.0805.$$

Bereits Tolansky hat unter Berufung auf die Struktur der Linie λ 6162,1 die Ansicht ausgesprochen, daß es einen Term gibt, dessen Aufspaltungen der Landéschen Regel nicht gehorchen. Er konnte aber weder die Lage noch die richtigen Aufspaltungen dieses Terms feststellen.

¹⁾ Es war wichtig, dies sicherzustellen, weil Tolansky bei der Kernmomentbestimmung gerade die drei Linien $(^4S) 6s^5S_2 - (^4S) 6p^5P_{3,2,1}$ zugrunde gelegt hat. — ²⁾ Warum der Term $sp^5^3P_1$ anomal ist, habe ich zur Zeit nicht lösen können. Es ist noch nicht absolut ausgeschlossen, daß ein sehr nahe zu ihm liegender Term ihn störe.

Schließlich besitzt die Linie $\lambda 5678,1$ $[(^2D) 6s^3D_2 - (^2D) 6p^3F_2]$ die folgende Hyperfeinstruktur: $-0,172$ (2), $-0,091$ (3), 0 (10), $0,021$ (3), $0,062$ (4), $0,113$ (2), $0,236$ (3), $0,300$ (4), $0,327$ (4).

Aus dieser Struktur ergeben sich die Feinaufspaltungen des Terms $(^2D) 6s^3D_2$:

$F = 9/2$	$7/2$	$5/2$	$3/2$	$1/2$
	0,236	0,236	0,180	$\sim 0,123$

Tolansky hat die Struktur der Linie $\lambda 6127,45$ $[(^2D) 6s^3D_2 - (^2D) 6p^1P_1]$ gemessen. Aus seiner Angabe ergibt sich für die Aufspaltung $F = 3/2 - 1/2$ der Wert $0,110$. Wenn man das Mittel der zwei Werte $0,123$ und $0,110$ nimmt, so erhält man als Abstand $F = 3/2 - 1/2$ den Wert $0,117$. Die so erhaltenen Aufspaltungen des Terms $(^2D) 6s^3D_2$ sind in Fig. 6 eingetragen. Rechts sind die nach der Landéschen Intervallregel berechneten Aufspaltungen eingetragen. Die Abweichungen von den beobachteten ist beträchtlich. Die Ursache dieser Abweichung ist wohl das elektrische Quadrupolmoment des J^{127} -Kerns, wie schon von verschiedenen Autoren in ähnlichen Fällen eingehend diskutiert worden ist¹⁻⁴). Ob die quantitative Theorie von Casimir auch im Fall von J II-Spektrum streng gültig ist, kann nur auf Grund der Aufspaltungen weniger Terme nicht entschieden werden. Dazu müßte die Untersuchung der Hyperfeinstrukturen weiterer Terme nötig sein.

	beob.	ber.	Diff.
$9/2$	<u>0,236</u>	<u>0,288</u>	
$7/2$	<u>0,236</u>	<u>0,224</u>	$-0,052$
$5/2$	<u>0,180</u>	<u>0,165</u>	$-0,040$
$3/2$	<u>0,117</u>	<u>0,096</u>	$-0,025$
$1/2$			

Fig. 6.

3. *Spektrum von J I.* Das Spektrum J I ist schon früher von zahlreichen Forschern behandelt worden⁵⁻¹¹). Der Schlüssel zur Analyse dieses Spektrums wurde erstmalig von Iwama gegeben. Evans klassifizierte etwa 60 Linien, wovon leider nur wenige richtig gedeutet wurden. Insbesondere müssen alle seine $6p-5d$ -Kombinationen abgelehnt werden.

¹) H. Schüler u. Th. Schmidt, ZS. f. Phys. **94**, 457, 1935. — ²) H. Casimir, Physica **7**, 719, 1935. — ³) K. Murakawa, Nature **137**, 1030, 1936. — ⁴) Th. Schmidt, ebenda **138**, 404, 1936. — ⁵) R. W. Wood u. M. Kimura, Astrophys. Journ. **46**, 182, 1917. — ⁶) K. Asagoe, Jap. Journ. Phys. **4**, 85, 1927. — ⁷) T. Iwama, Sci. Pap. Inst. Phys. Chem. Res. Tokio **15**, 163, 1931. — ⁸) S. F. Evans, Proc. Roy. Soc. London (A) **133**, 417, 1931. — ⁹) S. Tolansky, ebenda **152**, 663, 1935. — ¹⁰) McLeod, Phys. Rev. **49**, 804, 1936. — ¹¹) M. Hellermann, ZS. f. Phys. **104**, 417, 1937.

Tabelle 3. Spektrum von JI.

Int.	λ_{Luft}	ν_{Vak}	Termkombination	Int.	λ_{Luft}	ν_{Vak}	Termkombination
4	9335,7	10708,6	$6s^2P_{3/2} - 6p^2D_{3/2}$	10	6293,95	15883,89	$6s^4P_{3/2} - 6p^4D_{3/2}$
10	9113,8	10969,4	$6s^4P_{3/2} - 6p^4X$	5	6213,15	16090,45	$6s^4P_{3/2} - 6p^4D_{1/2}$
8	9058,3	11036,6	$(^1D)6s^2D_{5/2} - 7p^4D_{3/2}$	15	6082,40	16436,34	$6s^4P_{3/2} - 6p^2D_{5/2}$
4	9022,3	11080,6	$6s^4P_{1/2} - 6p^4D_{3/2}$	10	6024,26	16594,96	$6s^2P_{3/2} - (^1D)6p^2P_{3/2}$
4	8898,40	11234,89	$6s^2P_{3/2} - 6p^2P_{3/2}$	0	6002,70	16654,57	$6s^2P_{1/2} - 7p^4D_{3/2}$
5	8857,45	11286,83	$6s^4P_{1/2} - 6p^4D_{1/2}$	1	5949,20	16804,34	$6s^2P_{1/2} - 7p^4D_{1/2}$
5	8853,36	11292,05	$(^1D)6s^2D_{3/2} - 7p^4D_{3/2}$	8	5894,05	16961,57	$6s^4P_{3/2} - 6p^2P_{3/2}$
0	8737,60	11441,65	$(^1D)6s^2D_{3/2} - 7p^4D_{1/2}$	10	5764,33	17343,27	$6s^4P_{5/2} - 6p^4D_{3/2}$
3	8222,61	12158,25	$6s^4P_{1/2} - 6p^2P_{3/2}$	5	5586,41	17895,63	$6s^4P_{5/2} - 6p^2D_{5/2}$
15	8043,72	12428,64	$6s^4P_{5/2} - 6p^4X$	1	5546,36	18024,82	$6s^2P_{3/2} - 7p^4D_{3/2}$
0,5	8042,1	12431,1	$6s^2P_{1/2} - 7p^4S_{3/2}$	2	5500,60	18174,79	$6s^2P_{3/2} - 7p^4D_{1/2}$
4	7969,53	12544,35	$5d^4P_{1/2} - 7p^4D_{3/2}$	5	5427,10	18420,94	$6s^4P_{5/2} - 6p^2P_{3/2}$
1	7875,55	12694,04	$5d^4P_{3/2} - 7p^4D_{1/2}$	00	5297,33	18872,20	$6s^4P_{3/2} - 7p^4P_{5/2}$
6	7556,65	13229,74	$6s^2P_{3/2} - 7p^4P_{3/2}$	10	5234,60	19098,35	$6s^4P_{3/2} - 7p^4D_{1/2}$
2	7416,59	13479,58	$6s^2P_{1/2} - (^1D)6p^2D_{3/2}$	9	5204,18	19209,99	$6s^4P_{3/2} - 7p^4P_{1/2}$
1	7414,60	13483,19	$6s^2P_{3/2} - 7p^4P_{1/2}$	15	5119,34	19528,34	$6s^4P_{3/2} - 7p^4S_{3/2}$
5	7413,68	13484,87	$5d^4P_{3/2} - 7p^4D_{3/2}$	10	4917,03	20331,82	$6s^4P_{5/2} - 7p^4P_{5/2}$
1	7243,66	13801,37	$6s^2P_{3/2} - 7p^4S_{3/2}$	7	4896,78	20415,90	$6s^4P_{5/2} - 7p^4P_{3/2}$
5	7236,83	13814,40	$5d^4P_{5/2} - 7p^4D_{3/2}$	15	4862,33	20560,54	$6s^4P_{5/2} - 7p^4D_{1/2}$
2	7063,58	14153,23	$6s^4P_{1/2} - 7p^4P_{3/2}$	0	4858,44	20577,00	$6s^4P_{3/2} - (^1D)6p^2D_{3/2}$
1	6941,03	14403,12	$6s^2P_{1/2} - (^1D)6p^2P_{1/2}$	8	4763,37	20987,69	$6s^4P_{5/2} - 7p^4S_{3/2}$
0	6939,30	14406,71	$6s^4P_{1/2} - 7p^4P_{1/2}$	4	4478,64	22321,96	$6s^4P_{3/2} - (^1D)6p^2P_{3/2}$
2	6789,35	14724,89	$6s^4P_{1/2} - 7p^4S_{3/2}$	3	4208,98	23752,05	$6s^4P_{3/2} - 7p^4D_{3/2}$
5	6732,08	14850,16	$6s^2P_{3/2} - (^1D)6p^2D_{3/2}$	0	4203,82	23781,21	$6s^4P_{5/2} - (^1D)6p^2P_{3/2}$
10	6566,48	15224,66	$6s^2P_{1/2} - (^1D)6p^2P_{3/2}$	1	4129,13	24211,37	$6s^4P_{5/2} - 8p^4D_{1/2} (?)$
3	6338,03	15773,42	$6s^2P_{3/2} - (^1D)6p^2P_{1/2}$	0	3965,34	25211,41	$6s^4P_{5/2} - 7p^4D_{1/2}$

Die von mir benutzte Lichtquelle ist für die Erzeugung der Bogenlinien nicht besonders geeignet. Auf jeder Platte, die zur Vermessung der Bogenlinien besonders exponiert war, erschienen die stärksten Funkenlinien, welche jedoch mit der von Wood und Kimura beschriebenen Methode eliminiert werden konnten.

Sämtliche klassifizierten J I-Linien sind in Tabelle 3 angegeben. Dann sind in Tabelle 4 die gefundenen Termwerte von J I zusammengestellt. Bei der Berechnung der tiefstliegenden Terme wurden die Daten von Hellermann und McLeod ergiebig benutzt.

Im roten Gebiet sind die zwei starken Linien $\lambda 6619,7$ und $\lambda 6339,5$ ungedeutet geblieben. Eine von ihnen würde wohl dem $6s^2P_{3/2} - (1D) 6p^2D_{5/2}$ -Übergang entsprechen; es ist jedoch zur Zeit nicht möglich, eine endgültige Zuordnung zu geben.

Tabelle 4. Termwerte von J I.

1. Tiefstliegende Terme.			
$\left\{ \begin{array}{l} 5p^2P_{3/2} \\ 5p^2P_{1/2} \end{array} \right.$	$\begin{array}{l} 84\,230,8 \\ 76\,628,1 \end{array}$	$-7602,7$	
2. 3P -System.			
$\left\{ \begin{array}{l} ({}^3P_2) 6s^4P_{5/2} \\ ({}^3P_2) 6s^4P_{3/2} \\ ({}^3P_0) 6s^4P_{1/2} \end{array} \right.$	$\begin{array}{l} 29\,600,80 \\ 28\,141,47 \\ 23\,338,13 \end{array}$	$\begin{array}{l} -1459,33 \\ -4803,39 \end{array}$	$\left\{ \begin{array}{l} ({}^3P_2) 6p X \\ ({}^3P_{1,0}) 6p^4D_{3/2} \\ ({}^3P_{1,0}) 6p^4D_{1/2} \end{array} \right.$
$\left\{ \begin{array}{l} ({}^3P_1) 6s^2P_{3/2} \\ ({}^3P_1) 6s^2P_{1/2} \end{array} \right.$	$\begin{array}{l} 22\,414,63 \\ 21\,044,31 \end{array}$	$-1370,32$	$\left\{ \begin{array}{l} ({}^3P_{1,0}) 6p^2D_{5/2} \\ ({}^3P_{1,0}) 6p^2P_{3/2} \end{array} \right.$
$\left\{ \begin{array}{l} ({}^3P_2) 7s^4P_{5/2} \\ ({}^3P_2) 7s^4P_{3/2} \end{array} \right.$	$\begin{array}{l} 12\,329,2 \\ 11\,931,5 \end{array}$	$-397,7$	$\left\{ \begin{array}{l} ({}^3P_2) 7p^4D_{7/2} \\ ({}^3P_{1,0}) 7p^4D_{3/2} \\ ({}^3P_{1,0}) 7p^4D_{1/2} \end{array} \right.$
$\left\{ \begin{array}{l} 5d^3P_{5/2} \\ 5d^3P_{3/2} \\ 5d^3P_{1/2} \end{array} \right.$	$\begin{array}{l} 18\,203,8 \\ 17\,874,3 \\ 16\,933,8 \end{array}$	$\begin{array}{l} -329,5 \\ -940,5 \end{array}$	$\left\{ \begin{array}{l} ({}^3P_2) 7p^4P_{5/2} \\ ({}^3P_2) 7p^4P_{3/2} \\ ({}^3P_2) 7p^4P_{1/2} \end{array} \right.$
			$\left\{ \begin{array}{l} ({}^3P_2) 7p^4S_{3/2} \\ ({}^3P_2) 8p^4D_{7/2} \end{array} \right.$
			$5\,389,4 \quad (?)$
3. 1D -System.			
$\left\{ \begin{array}{l} 6s^2D_{5/2} \\ 6s^2D_{3/2} \end{array} \right.$	$\begin{array}{l} 15\,426,0 \\ 15\,681,4 \end{array}$	$255,4$	$\left\{ \begin{array}{l} 6p^2D_{3/2} \\ 6p^2P_{3/2} \\ 6p^2P_{1/2} \end{array} \right.$
			$\begin{array}{l} 7\,564,5 \text{ *} \\ 5\,819,6 \\ 6\,641,2 \end{array}$

* J-Wert unsicher.

4. *Spektrum von Cl II.* In meinen früheren Abhandlungen wurde eine Reihe von Quintett- und Triplettermen des Spektrums Cl II mitgeteilt¹⁾.

¹⁾ K. Murakawa, ZS. f. Phys. **69**, 507, 1931; **96**, 117, 1935.

Die Analyse von J II veranlaßte mich, weitere Terme von Cl II zu identifizieren. In Analogie mit J II konnten nun vor allem die zwei Singuletterme $4s\ ^1D_2$ und $4p\ ^1P_1$ gefunden werden. Sämtliche neu eingeordneten Linien sind in Tabelle 5 zusammengestellt.

Tabelle 5. Spektrum von Cl II.

Int.	λ_{Luft}	ν_{Vak}	Termkombination	Termwerte
1,5	6713,40	14 891,48	$(^2D) 3d\ ^3G_3 - (^2D) 4p\ ^3F_2$	$\left\{ \begin{array}{l} (^2D) 3d\ ^3G_5 = 59\ 757,7 \\ (^2D) 3d\ ^3G_4 = 59\ 775,6 \\ (^2D) 3d\ ^3G_3 = 59\ 786,5 \end{array} \right. \begin{array}{l} 17,9 \\ 10,9 \end{array}$
2	6686,01	14 952,48	$(^2D) 3d\ ^3G_4 - (^2D) 4p\ ^3F_3$	
0	6681,12	14 963,43	$(^2D) 3d\ ^3G_3 - (^2D) 4p\ ^3F_3$	
2	6661,65	15 007,16	$(^2D) 3d\ ^3G_5 - (^2D) 4p\ ^3F_4$	
0	6653,65	15 025,20	$(^2D) 3d\ ^3G_4 - (^2D) 4p\ ^3F_4$	$\begin{array}{l} (^2D) 4s\ ^1D_2 = 62\ 883,8 \\ (^2D) 4p\ ^1P_1 = 46\ 480,6 \\ (^2D) 4p\ ^1D_2 = 38\ 692,4\ (?) \end{array}$
3	6094,70	16 403,17	$(^2D) 4s\ ^1D_2 - (^2D) 4p\ ^1P_1$	
0	5790,55	17 264,74	$(^2D) 4s\ ^1D_2 - (^2D) 4p\ ^3D_1$	
0	5338,80	18 725,61	$(^2D) 4s\ ^3D_2 - (^2D) 4p\ ^1P_1$	
0	5333,69	18 743,55	$(^2D) 4s\ ^3D_1 - (^2D) 4p\ ^1P_1$	$\left\{ \begin{array}{l} (^2P) 3d\ ^3D_3 = 50\ 599,5 \\ (^2P) 3d\ ^3D_2 = 50\ 939,8 \\ (^2P) 3d\ ^3D_1 = 51\ 209,7 \end{array} \right. \begin{array}{l} 340,3 \\ 269,9 \end{array}$
6	4132,54	24 191,36	$(^2D) 4s\ ^1D_2 - (^2D) 4p\ ^1D_2\ (?)$	
8	4372,95	22 861,45	$(^2P) 3d\ ^3D_3 - (^4S) 4f\ ^3F_4$	
4	4309,05	23 200,25	$(^2P) 3d\ ^3D_2 - (^4S) 4f\ ^3F_3$	
2	4259,55	23 470,08	$(^2P) 3d\ ^3D_1 - (^4S) 4f\ ^3F_2$	$\begin{array}{l} (^2D) 4p\ ^1P_1 - (^2D) 4d\ ^3F_2 \\ (^2D) 4p\ ^1P_1 - (^2D) 4d\ ^3D_2 \\ (^2D) 4p\ ^1P_1 - (^2D) 4d\ ^3P_0 \\ (^2D) 4p\ ^1P_1 - (^2D) 4d\ ^3P_1 \end{array}$
0	3688,38	27 104,49	$(^2D) 4p\ ^1P_1 - (^2D) 4d\ ^3F_2$	
0	3405,93	29 352,17	$(^2D) 4p\ ^1P_1 - (^2D) 4d\ ^3D_2$	
2	3102,29	32 224,93	$(^2D) 4p\ ^1P_1 - (^2D) 4d\ ^3P_0$	
3	3096,44	32 285,71	$(^2D) 4p\ ^1P_1 - (^2D) 4d\ ^3P_1$	
	λ_{Vak}			
4	851,6 *	117 426	$3p\ ^1D_2 - (^2D) 4s\ ^1D_2$	$3p\ ^1D_2 = 180\ 310$

* λ nach Millikan und Bowen.

Es bleibt noch den wichtigen Term $3p\ ^1D_2$ zu finden. Zuerst wurde die ungefähre Lage von $3p\ ^1D_2$ mit Hilfe der Goudsmitschen Formel¹⁾ in Verbindung mit den Ausführungen von Edlén²⁾ berechnet, und dann, da jetzt der Term $(^2D) 4s\ ^1D_2$ bekannt ist, wurde die Wellenlänge von $3p\ ^1D_2 - (^2D) 4s\ ^1D_2$ berechnet. In der Tabelle von Millikan und Bowen³⁾ findet man eine unklassifizierte Linie ($\lambda\ 851,6$), welche der so berechneten Wellenlänge ($\lambda\ 849$) sehr nahe liegt.

Im sichtbaren Gebiet bleibt noch die starke Linie $\lambda\ 5392,1$ zu deuten.

Zum Schluß möchte ich meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Prof. T. Kobayasi für sein Interesse an dieser Arbeit meinen aufrichtigen Dank sagen.

Tokio, Aeronautical Research Institute, Imperial University, Komaba.
Januar 1938.

¹⁾ S. Goudsmit, Phys. Rev. **35**, 1325, 1930. — ²⁾ B. Edlén, ZS. f. Phys. **104**, 188, 1937. Siehe auch P. G. Kruger u. H. S. Pattin, Phys. Rev. **52**, 621, 1937. — ³⁾ R. A. Millikan u. I. S. Bowen, Phys. Rev. **23**, 1, 1924.

(Mitteilung aus dem Physikalischen Institut der Königl. Ungarischen Universität für technische und Wirtschaftswissenschaften, Budapest.)

Über die g -Faktoren der Edelgasterme der d -Elektronen enthaltenden Konfigurationen.

Von **Katalin Lörinezi** in Budapest.

(Eingegangen am 14. Februar 1938.)

Die theoretische Berechnung der g -Faktoren der Konfigurationen Ne $2p^5 3d$, $2p^5 4d$; Ar $3p^5 4d$, $3p^5 5d$ wird durchgeführt und mit eigenen experimentellen Daten bezüglich der Konfigurationen Ar $3p^5 5d$, $3p^5 6d$; Kr $4p^5 6d$, $4p^5 7d$, $4p^5 8d$ verglichen.

Die g -Faktoren der Terme der $p^5 d$ -Konfiguration können aus den Energiematrizen ermittelt werden¹⁾. Wenn die Energiewerte vom 3F_4 -Term ab gezählt werden, haben wir in (LS)-Koppelung nach Johnson²⁾, die auf folgender Seite wiedergegebenen Werte.

Die hier vorkommenden Konstanten a_1, a_2, F_2, G_1, G_3 können auf Grund des Summensatzes bestimmt werden, wonach die Summe der Diagonalelemente der Energiematrix gleich der Summe der Termenergien sein muß. Dadurch bekommen wir vier lineare Gleichungen für a_1, a_2, F_2, G_1, G_3 , und man berechnet aus diesen:

$$\begin{aligned} a_1 &= -\frac{1}{2}x, \\ F_2 &= x + B; \quad B = -\frac{1}{5}A_0, \\ a_2 &= \frac{23x + 13B - A_2}{3}, \\ G_1 &= \frac{2A_1 + 5x + 15B - A_2}{40}, \\ G_3 &= \frac{2A_3 - A_2 - 5x - 5B}{180}. \end{aligned}$$

A_J ist die Summe der Termwerte, die zu einem bestimmten J gehören. Auf Grund des Satzes, daß auch die Quadratsumme der Energiematrixelemente invariant ist, können wir für X drei quadratische Gleichungen

¹⁾ D. R. Inglis and M. H. Johnson, Phys. Rev. **38**, 1642, 1931; M. H. Marvin, ebenda **44**, 818, 1933. — ²⁾ M. H. Johnson, ebenda **38**, 1628, 1931.

$$J = 3$$

$1F_3$

$3D_3$

$3F_3$

$$-\frac{2}{3}(2a_1 + a_2)$$

$$-\left(\frac{1}{3}\right)^{1/2}(2a_1 - a_2)$$

$$\frac{1}{3}(2)^{1/2}(a_1 - a_2)$$

$$-\frac{1}{2}(2a_1 + a_2) + 90G_3$$

$$\left(\frac{1}{6}\right)^{1/2}(a_1 + a_2)$$

$$\frac{1}{3}(2)^{1/2}(a_1 - a_2)$$

$$\left(\frac{1}{6}\right)^{1/2}(a_1 + a_2)$$

$$\frac{1}{6}(5a_1 + a_2) - \frac{1}{2}(2a_1 + a_2) + 9F_2$$

$1F_3$

$3D_3$

$$J = 2$$

$3D_2$

$1D_2$

$3P_2$

$3F_2$

$$-\frac{7}{6}(2a_1 + a_2)$$

$$\frac{1}{3}\left(\frac{7}{5}\right)^{1/2}(a_1 - a_2)$$

$$-\frac{1}{3}\left(\frac{21}{10}\right)^{1/2}(a_1 + a_2)$$

$$0$$

$$\frac{1}{3}\left(\frac{7}{5}\right)^{1/2}(a_1 - a_2)$$

$$-\frac{1}{12}(5a_1 + a_2) - \frac{1}{2}(2a_1 + a_2) + 9F_2$$

$$-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{6}\right)^{1/2}(5a_1 - a_2)$$

$$\frac{2}{4}\left(\frac{3}{2}\right)^{1/2}(a_1 - a_2)$$

$$-\frac{1}{3}\left(\frac{21}{10}\right)^{1/2}(a_1 + a_2)$$

$$-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{6}\right)^{1/2}(5a_1 - a_2)$$

$$-\frac{1}{2}(2a_1 + a_2) + 9F_2$$

$$\frac{3}{4}\left(\frac{2}{3}\right)^{1/2}(a_1 + a_2)$$

$$0$$

$$\frac{3}{4}\left(\frac{3}{5}\right)^{1/2}(a_1 - a_2)$$

$$\frac{3}{4}\left(\frac{2}{5}\right)^{1/2}(a_1 + a_2)$$

$$\frac{1}{4}(3a_1 - a_2) - \frac{1}{2}(a_1 + a_2) - 5F_2$$

$3F_2$

$3D_2$

$1D_2$

$3P_2$

$$J = 1$$

$3D_1$

$3P_1$

$1P_1$

$3D_1$

$3P_1$

$1P_1$

$$-\frac{1}{4}(5a_1 + a_2) - \frac{1}{2}(2a_1 + a_2) + 9F_2$$

$$\frac{1}{4}(3)^{1/2}(a_1 - a_2)$$

$$-\frac{1}{4}(3a_1 - a_2) - \frac{1}{2}(2a_1 + a_2) - 5F_2$$

$$-\frac{1}{4}(6)^{1/2}(a_1 + a_2)$$

$$\frac{1}{4}(3)^{1/2}(a_1 - a_2)$$

$$-\frac{1}{4}(3a_1 - a_2) - \frac{1}{2}(2a_1 + a_2) - 5F_2$$

$$-\frac{1}{4}(2)^{1/2}(3a_1 + a_2)$$

$$-\frac{1}{4}(6)^{1/2}(a_1 + a_2)$$

$$-\frac{1}{4}(2)^{1/2}(3a_1 + a_2)$$

$$-\frac{1}{2}(2a_1 + a_2) + 20G_1 - 5F_2$$

$3P_0$

$$J = 0$$

$3P_0$

$$-\frac{1}{2}(3a_1 - a_2) - \frac{1}{2}(2a_1 + a_2) - 5F_2$$

aufstellen, die die im folgenden Schema angegebenen Koeffizienten besitzen. Dabei bedeutet Σ_J die Quadratsumme der zu J gehörigen Termenergien.

J	X^2	X			B^2	A_J^2	A_2^2	$A_J A_2$	$A_2 B$	$A_J B$	Σ_J
		B	A_2	A_J							
1	902	1 198	4	-52	576	6	2	-4	-14	4	-6
2	13 375	19 260		-470	7385	15				-320	-30
3	1 282	1 668	-36	-52	686	6	2	-4	-4	-56	-6

Die in dieser Weise berechneten Konstanten a_1, a_2, F_2, G_1, G_3 für die Konfigurationen $2p^5 3d$, $2p^5 4d$ in Neon und $3p^5 4d$, $3p^5 5d$ in Argon sind in der Tabelle 1 enthalten. Für die Konfigurationen $3p^5 3d$ in Argon und $4p^5 4d$ in Krypton zeigen die X -Werte eine große Streuung. Leider sind die Lagen aller Terme der Konfigurationen $6d, 8d \dots$ in Argon und $5d, 6d \dots$ in Krypton nicht bekannt, so daß sich die Konstanten nicht ermitteln lassen. Man kann jedoch Argon $3p^5 7d$ berechnen, wo nur ein Term mit $J = 1$ fehlt. Man erhält so alle Konstanten außer G_1 .

Tabelle 1.

	Neon $2p^5 3d$	Neon $2p^5 4d$	Argon $3p^5 4d$	Argon $3p^5 5d$	Argon $3p^5 7d$
a_1	1,18	0,002	32,41	16,20	12,64
a_2	-503,0	-521,60	-1012,0	-881,2	-915,0
F_2	15,5	6,59	46,2	40,0	10,3
G_1	2,98	1,70	55,89	47,09	-
G_3	0,002	0,026	5,61	3,12	2,09

Die g -Faktoren der Terme ergeben sich aus den Marvinschen Formeln:

$$g_i = \frac{\frac{13}{12} D_{1i} + D_{2i} + \frac{4}{3} D_{3i}}{D_{1i} + D_{2i} + D_{3i}} \quad J = 3,$$

$$g_i = \frac{\frac{2}{3} D_{1i} + \frac{7}{6} D_{2i} + D_{3i} + \frac{3}{2} D_{4i}}{D_{1i} + D_{2i} + D_{3i} + D_{4i}} \quad J = 2,$$

$$g_i = \frac{\frac{1}{2} D_{1i} + \frac{3}{2} D_{2i} + D_{3i}}{D_{1i} + D_{2i} + D_{3i}} \quad J = 1,$$

wo D_{ki} die k -te Hauptminor der Säkulargleichungsdeterminante für $W = W_i$ ist.

Tabelle 2 enthält die berechneten Werte. In der letzten Spalte sind experimentelle¹⁾ Ergebnisse, soweit vorhanden, angegeben. Die Grundlage

¹⁾ Über Experimentelles siehe B. Pogány, ZS. f. Phys. **86**, 729, 1933 und **93**, 364, 1934; K. Lörinczi, ZS. f. Phys. **107**, 177, 1937.

dazu bildeten die Zeeman-Effekt-Beobachtungen an den Linien Argon I 5834, 6296, 5181, 5558 und 6307 Å.

Tabelle 2.

a) Ne $2p^5 3d$ b) Ne $2p^5 4d$

J	W_{beob}	W_{ber}	g_{ber}	g_{beob}	J	W_{beob}	W_{ber}	g_{ber}	g_{beob}
1	-60 cm ⁻¹	-66 cm ⁻¹	1,375	1,396 ¹⁾	1	-25 cm ⁻¹	-25 cm ⁻¹	1,363	0,865 ¹⁾
1	53	47	0,865		1	17	27	0,842	
1	843	846	0,750		1	808	805	0,800	
2	32	19	1,352	1,374 ¹⁾	2	12	13	1,323	
2	106	110	0,981		2	48	45	0,911	1,24 ¹⁾
2	823	819	0,893		2	795	794	0,897	
2	826	832	1,159		2	791	793	1,20	
3	2	2	1,044		3	1	1	1,049	
3	122	111	1,241		3	49	45	1,243	1,06 ¹⁾
3	820	818	1,13		3	796	798	1,118	

c) Ar $3p^5 4d$ d) Ar $3p^5 5d$

J	W_{beob}	W_{ber}	g_{ber}	g_{beob}	J	W_{beob}	W_{ber}	g_{ber}	g_{beob}
1	-373 cm ⁻¹	-383 cm ⁻¹	1,29		1	-103 cm ⁻¹	-118 cm ⁻¹	1,457	1,40
1	824	823	0,86		1	478	588	0,734	
1	1988	1932	0,84		1	1773	1708	0,815	
2	-117	-117	1,30		2	51	22	1,363	
2	421	421	0,87		2	246	260	0,939	0,929
2	1577	1562	1,12		2	1337	1394	0,895	
2	1595	1610	1,05		2	1470	1427	1,138	
3	189	146	1,083		3	124	103	1,067	
3	542	437	1,210		3	293	343	1,215	1,125
3	1730	1778	1,110		3	1521	1488	1,125	

Tabelle 3.

Ar	$g_{\text{beob}} 6d_5$	1,49	Kr	$g_{\text{beob}} 6d_3$	1,252
Kr	$g_{\text{beob}} 5d_5$	1,33	Kr	$g_{\text{beob}} 7d'_1$	0,885
Kr	$g_{\text{beob}} 5d_3$	1,277			

In einigen Fällen, wo die Berechnung nicht durchführbar war, sind nur die experimentellen g -Werte bestimmt worden, und zwar aus den Zeeman-Effekten der Linien Argon I 5162 Å, Krypton I 6056, 6504, 6012, 6151

¹⁾ Bezüglich Literatur siehe R. F. Bacher und S. Goudsmit, Atomic Energy States 1932, S. 313.

und 5702 Å. Die Ergebnisse sind in der Tabelle 3 angegeben. Außerdem liegen noch zahlreiche Beobachtungen der Zeeman-Effekte anderer Linien vor. Da wir jedoch die richtige Zuordnung der Linienkomponenten nicht überprüfen können, wollen wir von einer Veröffentlichung zunächst absehen.

Vorliegende Arbeit wurde im Physikalischen Institut der Königl. Ung. Universität für technische und Wirtschaftswissenschaften, das einen Teil seiner Ausrüstung dem Naturwissenschaftlichen Forschungsfonds und der Széchenyi-Gesellschaft verdankt und unter Leitung des Herrn Prof. B. Pogány steht, ausgeführt. Ich möchte für die Anregung zu dieser Arbeit dem Herrn Privatdozenten R. Schmid auch an dieser Stelle meinen besten Dank aussprechen.

Über Wirkungsquerschnitte bei Stößen zweiter Art im angeregten Hg-Dampf nebst einem Beitrag über die Hyperfeinstruktur der Hg-Resonanzlinie 2537 Å^{*)}.

Von **Otto Buhl** in München.

Mit 11 Abbildungen. (Eingegangen am 22. Februar 1938.)

Die Fortschritte der Hyperfeinstrukturforschung der Hg-Resonanzlinie 2537 Å haben es ermöglicht, die seinerzeit von Schütz begonnenen Untersuchungen über Wirkungsquerschnitte im angeregten Hg-Dampf systematisch fortzusetzen. Im folgenden wird eine Methode beschrieben, die es gestattet, gleichzeitig die Hyperfeinstruktur einer weiteren experimentellen Prüfung zu unterziehen.

Einführung.

Für den als Stoß zweiter Art bezeichneten Prozeß der Energieübertragung zwischen atomaren Systemen gilt bekanntlich ein Wirkungsquerschnitt, der besonders beim Stoß artgleicher Atome die gaskinetische Wirkungssphäre weit übersteigt. Der erste experimentelle Nachweis solcher anomal großer Querschnitte stammt von Schütz¹⁾. Das Ergebnis seiner Untersuchungen ist kurz dies: Wurde Hg-Dampf im Magnetfeld mit der unverschobenen π -Komponente der Linie 2537 Å bestrahlt, so enthielt die Resonanzemission außer dieser auch aufgespaltene Komponenten mit einer nur vom Hg-Dampfdruck im Resonanzgefäß abhängigen Intensität. Das Auftreten der verschobenen Komponenten war nur so zu deuten, daß infolge von Zusammenstößen unter Aufnahme bzw. Abgabe von kinetischer Energie primär nicht angeregte Zeeman-Zustände erreicht wurden. Der starken in diesem Vorgang zum Ausdruck kommenden Wechselwirkung zwischen angeregten und nichtangeregten Hg-Atomen konnte die Einführung eines Empfindlichkeitsfaktors (E. F.) in den gaskinetischen Stoßzahlansatz Rechnung tragen. Entgegen der Erwartung war es indessen nicht möglich, aus den Beobachtungsergebnissen auf eine Abhängigkeit des E. F. von der auszugleichenden Energiedifferenz, d. h. von der Größe der Zeeman-Aufspaltung des Resonanzzustandes zu schließen. Der Grund hierfür ist in der erstmalig von Wood²⁾ festgestellten komplizierten Struktur der Hg-Resonanzlinie 2537 Å zu suchen, und damit war der quantitativen Auswertung der Schützsehen Versuchsergebnisse, die auf Grundlage des

^{*)} D. 19.

¹⁾ W. Schütz, ZS. f. Phys. **35**, 260, 1925. — ²⁾ R. W. Wood, Phil. Mag. **50**, 761, 1925.

damaligen Standes der Kenntnisse über die Linienstruktur¹⁾ erfolgte, der Boden entzogen. Es bedurfte deshalb neuer Versuche, um, gestützt auf die inzwischen gemachten Fortschritte auf dem Gebiete der Hyperfeinstrukturforschung der Linie 2537, die Frage nach Art und Stärke der Wechselwirkung der zu verschiedenen Zeeman-Zuständen gehörigen Hg-Atome einer weitergehenden Klärung entgegenzuführen.

Nach Mc Nair²⁾ besteht die Linie aus fünf interferometrisch auflösbaren Komponenten, deren Abstände von der Mittelkomponente von ihm wie folgt angegeben sind:

Komponente:	I	II	III	IV	V
Abstand:	-25,4	-10,4	0	+11,5	+21,4 mAE.

Die Zuordnung der Komponenten zu den einzelnen Hg-Isotopen stammt von Schüler und Keyston³⁾. Danach entspricht den geradzahligen Isotopen je eine Linie und den Isotopen 199 bzw. 201 ein Dublett bzw. Triplett, so daß die experimentell festgestellte Aufteilung in fünf Hyperfeinstrukturkomponenten als mehr oder weniger zufällige teilweise Überlagerung von Singulett- und Multipllettlinien zu deuten ist.

Zu einem weiteren aufschlußreichen Hilfsmittel für die Erforschung der Hyperfeinstruktur der Resonanzlinie haben sich die Zeeman-Effekt-Untersuchungen von Schein⁴⁾, Mrozowski⁵⁾ und Zvironas⁶⁾ gestaltet. Mrozowski zeigte, wie die Hg-Resonanzstrahlung von einem Teil der Hyperfeinstrukturkomponenten befreit werden kann. Als Filter dient ein Absorptionsrohr mit Hg-Dampf in einem Magnetfeld von geeigneter Stärke. Die von Mrozowski mit einer derart gefilterten Strahlung ausgeführten Versuche bestätigten die Richtigkeit der Zuordnung von Schüler und Keyston. Dieselbe Filterungsmethode benutzte Zvironas, um, über die Messungen von Schein hinausgehend, die selektive Absorption einzelner Komponenten im Magnetfeld zu untersuchen. Es gelang ihm, in einem Versuch die von Inglis⁷⁾ unter Zugrundelegung des Schülerschen Strukturbildes aufgestellte Theorie des anomalen Zeeman-Effektes der Hg-Resonanzlinie 2537 zu stützen.

Der Zweck der vorliegenden Arbeit war es, unter gleichzeitiger Nachprüfung der Hyperfeinstruktur die Versuche von Schütz, insbesondere

¹⁾ A. v. Malinowski, Ann. d. Phys. **44**, 935, 1914; F. Paschen, ebenda **35**, 860, 1911. — ²⁾ Mc Nair, Phys. Rev. **31**, 986, 1928. — ³⁾ H. Schüler u. J. E. Keyston, ZS. f. Phys. **72**, 423, 1931. — ⁴⁾ M. Schein, Ann. d. Phys. **85**, 257, 1928. — ⁵⁾ S. Mrozowski, Bull. Akad. Pol. 1930, S. 464 (I); 1931, S. 489 (II). — ⁶⁾ A. Zvironas, Helv. Phys. Acta **7**, 224, 1933 (I); **7**, 684, 1934 (II). — ⁷⁾ D. R. Inglis, ZS. f. Phys. **84**, 466, 1933.

bei gefilterter Resonanzanregung zu wiederholen. Für die Messung der zu den Versuchen zur Verfügung stehenden sehr geringen Lichtintensitäten bewährte sich der von Sturm¹⁾ konstruierte und von ihm zu Vorversuchen verwendete Spitzenzähler.

Versuchsanordnung.

Die verwendete Versuchsanordnung zeigt Fig. 1. Es ist die seinerzeit von Schütz²⁾ gewählte Anordnung, ergänzt durch das Filterungsverfahren von Mrozowski (l. c.). Sie wurde in einer ähnlichen Form von Sturm zu den obenerwähnten Vorversuchen benutzt.

Als Quelle einer möglichst starken selbstumkehrfreien primären Resonanzstrahlung dient der kalte Bogen B einer mit 80 mA betriebenen

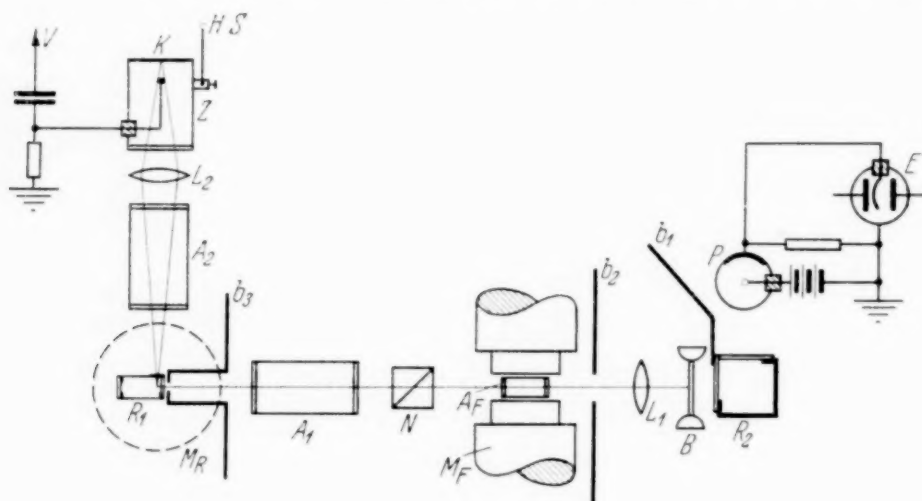


Fig. 1. Versuchsanordnung

Houtermansschen³⁾ Quarzquecksilberlampe, deren Emissionslinien fast ausschließlich durch Doppler-Effekt verbreitert sind. Das Licht des Bogens wird von der Quarzlinse L_1 parallel gemacht und gelangt der Reihe nach durch das 25 mm lange im homogenen Feld \mathfrak{S}_F des Elektromagneten M_F befindliche Absorptionsgefäß A_F , das ultraviolett durchlässige Nicol N und durch ein weiteres Absorptionsrohr A_1 in die Resonanzkammer R_1 . Ein- und Austrittsfenster von R_1 sind unter 90° so aufgekittet, daß vor ihnen kein absorbierender Dampfraum entsteht. R_1 befindet sich zwischen den Polen des starken Elektromagneten M_R , dessen Kraftlinien senkrecht zum Feld von M_F in der durch die Figur angedeuteten Weise verlaufen. Der Polabstand von M_R beträgt entsprechend den Dimensionen von R_1

¹⁾ B. Sturm, Diss. München 1933; ZS. f. Phys. **94**, 85, 1935. —

²⁾ W. Schütz, l. c., S. 265. — ³⁾ F. G. Houtermans, ZS. f. Phys. **76**, 474, 1932.

12 mm und ist durch einen eingeklemmten Messingklotz festgelegt. Die aus R_1 austretende Resonanzstrahlung wird nach Durchgang durch das Absorptionsgefäß A_2 mittels L_2 auf der Photokathode K des Spitzenzählers Z vereinigt. Die Hochspannung HS für den Zähler wird einer Gleichrichteranlage entnommen und durch ein Medicusrohr¹⁾ stabilisiert.

An den Zähler mußte die Anforderung hoher Empfindlichkeit gestellt werden, damit noch kleine Resonanzintensitäten bei verhältnismäßig kurzer Meßdauer (etwa 5 Minuten) mit genügender Genauigkeit reproduzierbar waren. Deswegen wurde die von Kreuchen²⁾ an Zählrohren mit Erfolg angewendete Sensibilisierungsmethode auf den Sturmschen Spitzenzähler übertragen. Die Konstruktion des auf dieser Grundlage entwickelten Zählers zeigt Fig. 2. Die aus einer Cd-Schicht bestehende Photokathode K kann mittels des Schliffes S der Hilfselektrode H zugekehrt und durch Übergang einer Glimmentladung zwischen H und K bei einem Wasserstoffdruck von etwa 1 bis 2 mm Hg aktiviert werden. Als Ergebnis der Aktivierungsentladung ist in „Zählerstellung“ der Photokathode (Schicht gegen Pt-Spitze Sp) bei einem H_2 -Druck von rund 50 mm Hg eine Zunahme der lichtelektrischen Ausbeute um etwa eine Zehnerpotenz gegenüber dem

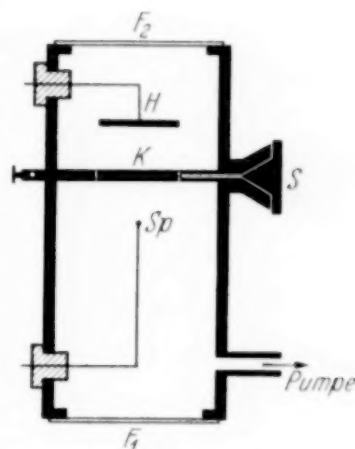


Fig. 2. Der Lichtzähler.

nichtaktivierten Zustand der Schicht festzustellen. Gleichzeitig tritt mit dem Aktivierungsprozeß eine Rotverschiebung der langwelligen Grenze der lichtelektrischen Emission ein. Gemäß des von Krüger und Kallenbach³⁾ an Pd-Ag-Legierungen untersuchten Einflusses einer Wasserstoffabsorption auf die Austrittsarbeit der Photoelektronen hätte man es hier mit einem ähnlichen durch die Glimmentladung hervorgerufenen Effekt zu tun. Das Fenster F_2 dient zur Beobachtung der Hilfsentladung; die Einstrahlung der zu messenden Intensität erfolgt durch das Quarzfenster F_1 . Die unter ihrer Einwirkung ausgelösten Stromimpulse gelangen über einen vierstufigen Widerstandsverstärker auf ein Zählwerk mit einem für die beobachteten Stoßzahlen vollkommen ausreichenden Auflösungsvermögen von etwa $1/100$ sec. Der Nachweis der Proportionalität zwischen Stoßzahl und Strahlungsintensität wird durch Zwischenschaltung lichtabschwächender

¹⁾ G. Medicus, ZS. f. techn. Phys. **14**, 304, 1933. — ²⁾ K. H. Kreuchen, ZS. f. Phys. **94**, 549, 1935. — ³⁾ F. Krüger u. W. Kallenbach, ebenda **99**, 743, 1936.

Siebe von bekannter Durchlässigkeit geführt. Ein Eisenpanzer schirmt den Spitzenzähler gegen den Einfluß des Streufeldes von M_R ab.

Um die Primärstrahlung über eine Meßdauer von mehreren Stunden konstant halten zu können, ist hinter die Bogenlampe ein zweites Resonanzgefäß R_2 (Fig. 2) gesetzt, dessen Strahlung in die Cadmiumphotozelle P gelangt. Der Photostrom wird elektrometrisch gemessen und nötigenfalls durch Veränderung des Vorschaltwiderstandes im Bogenstromkreis dafür gesorgt, daß der Elektrometerausschlag derselbe bleibt. Sämtliche Absorptions- und Resonanzgefäße haben je ein mit einem Hg-Tropfen gefülltes Ansatzrohr und sind an eine Hochvakuumpumpe angeschlossen. Der Hg-Dampfdruck entspricht bei den meisten Versuchen dem Sättigungsdruck von 19^0C . A_1 und A_2 haben je 80 mm Länge und sind so angeordnet, daß sie aus dem Strahlengang herausgeschwenkt werden können.

Das Absorptionsgefäß A_F zwischen den Polen des Magneten M_F stellt das Mrozowski-Filter zur Isolierung einzelner Komponenten dar. Wird z. B. das Nicol N auf Durchlässigkeit des parallel zum Filterfeld schwingenden Lichtes eingestellt, so wird bei einem Feld zwischen 3500 und 5000 Ørsted nur die Komponente I durchgelassen, durch die in R , da M_F senkrecht steht zu M_R , σ -Komponenten angeregt werden können. Die Aussonderung der Komponente I ist der günstigste Fall der mit dieser Methode erreichbaren Monochromatisierung, bei bestimmten anderen Feldern ist es dagegen nur möglich, mehrere Komponenten zusammen aus der Gesamtstrahlung zu isolieren.

Die Versuche erstrecken sich auf Messung der von R_1 ausgehenden Resonanzstrahlung in Abhängigkeit von der Feldstärke \mathfrak{H} des Magneten M_R . Sie zerfallen in zwei Gruppen, je nachdem sie ohne (a) oder mit (b) A_2 ausgeführt werden. Das Absorptionsgefäß A_1 befindet sich gewöhnlich außerhalb des Strahlengangs. Seine Einschaltung gibt stets eine vollkommene Absorption der Resonanzstrahlung und dient zum Nachweis dafür, daß die Breite der erregenden Linie die der Absorptionslinie nicht übertrifft.

Ergebnisse.

1. Die Hyperfeinstruktur der Hg-Resonanzlinie 2537 Å. Das Ergebnis der Meßreihen a und b bei Einstrahlung der Komponente I¹⁾ ist in Fig. 3 niedergelegt. Dabei wurde, wie bei allen anderen Intensitätsmessungen, die sich unter Abrechnung der Leerstoßzahl des Spitzenzählers (5 bis 10

¹⁾ Die isolierte Komponente I ist, durch das beschriebene Filterungsverfahren ($\mathfrak{H}_F = 3600$ Ørsted) bedingt, senkrecht zur Richtung des Feldes \mathfrak{H} linear polarisiert.

pro Min.) ergebende Maximalintensität bei Anordnung *a* gleich 100 gesetzt und die gewöhnlich mit größerer Zählerempfindlichkeit gemessenen *b*-Intensitäten auf gleiche Empfindlichkeit umgerechnet. Die *b*-Kurven sind der Übersichtlichkeit halber jeweils mit doppeltem Maßstab aufgetragen.

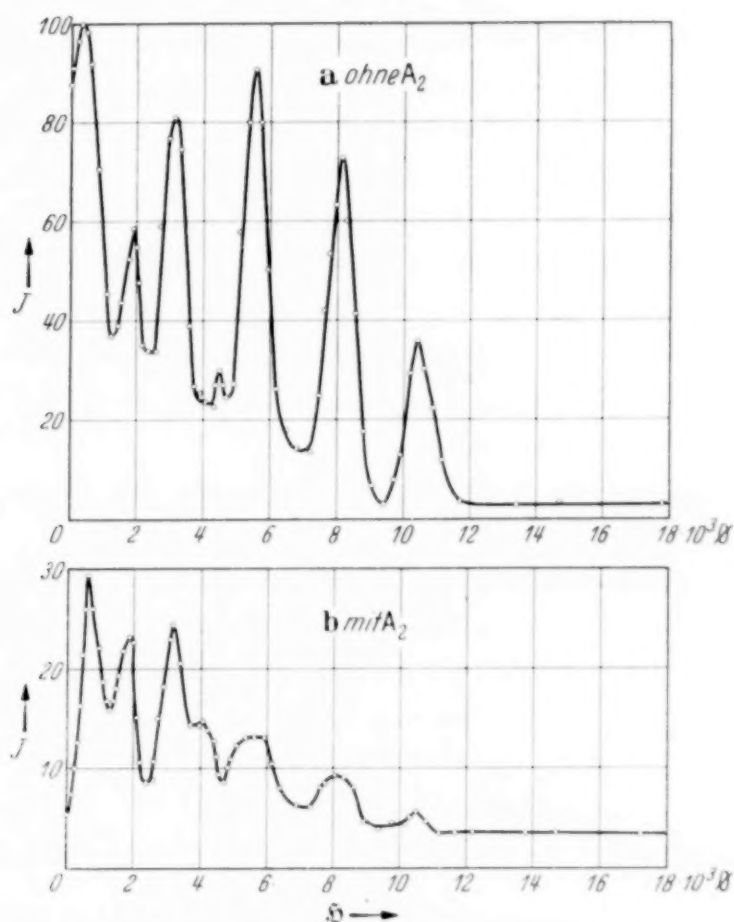


Fig. 3. Resonanzanregung mit Komponente I [a].

Die mit Anordnung *a* gewonnenen Intensitätskurven stellen in gewissem Sinne eine Ergänzung der Messungen von Zvironas dar, mit dem Unterschied, daß bei vorliegenden Untersuchungen an Stelle der Durchlässigkeit des im Magnetfeld befindlichen Hg-Dampfes für die Primärstrahlung die absorbierte Energie direkt in Form von sekundärer Resonanzstrahlung zur Messung gelangt¹⁾. Fig. 3a gibt somit die Feldabhängigkeit

¹⁾ Gegenüber Zvironas (l. c.) scheint die verwendete Methode folgende Vorteile in sich zu schließen: Erstens kann wegen der geringen Größe des Resonanzgefäßes bei vorgegebener Leistung des Magneten ein wesentlich höheres Magnetfeld in Anwendung gebracht werden, als dies bei längeren Absorptionsrohren der Fall ist. Infolgedessen lagen bisher noch keine systematischen Beobachtungen über den Zeeman-Effekt in Feldern oberhalb 8000 Oersted bei selektiver Einstrahlung vor. Zweitens ist die durch die Länge des Absorptions-

der Absorption von Komponente I wieder, insbesondere finden die fünf ausgeprägten Resonanzmaxima durch Überschneiden zwischen den senkrecht zu \mathfrak{H} schwingenden Zeeman-Komponenten der Hg-Atome im Resonanzgefäß und der gleichschwingenden eingestrahlten Linie ihre Deutung¹⁾. Bei Feldstärken oberhalb 12000 Orsted nimmt die Intensität einen konstanten Wert an. Dieser ist, wie durch Ausfrieren des Hg-Dampfes in R bestätigt wird, einzig durch das Streulicht bedingt.

Die Deutung dieser Intensitätskurve führt unter Zuhilfenahme der Theorie von Inglis²⁾ zu dem in Fig. 4 dargestellten Aufspaltungsschema der σ -Komponenten der Hg-Resonanzlinien 2537 Å. Fig. 5 zeigt — in derselben Komponentenbezeichnung wie bei Schüler und Keyston — das Strukturbild, das auf Grund der vorliegenden Messung im Vergleich zu dem Schülerschen nur geringfügige Änderungen erfahren hat. Den angegebenen relativen Intensitäten liegen die Astonischen³⁾ Messungen der Isotopenverhältnisse zugrunde.

Gegenüber den entsprechenden Darstellungen von Zvironas weisen die Fig. 4 und 5 in folgenden Punkten Unterschiede auf:

1. Das Resonanzmaximum bei 1930 Orsted (Fig. 3) deutet darauf hin, daß bei diesem Feld die langwelligere anomale Zeeman-Komponente von c (Hg_{201}) mit der eingestrahlten Linie I koinzidiert. Hieraus berechnet sich nach Inglis eine langwellige Verschiebung von B_{199} gegen c_{201} von $9 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$, während Zvironas aus dem Nichtauftreten eines entsprechenden Durchlässigkeitsmaximums auf eine Trennung der beiden Komponenten der Linie I von $20 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$ schließt. Vermutlich ist aber bei seinen Versuchs-

gefäßes bedingte Verbreiterung der Resonanzkurven vermieden, die insbesondere in den Fällen zu erwarten ist, wo große Stoßquerschnitte bei der Wechselwirkung mit artgleichen Atomen auftreten. Daß dies besonders bei niedrigen Feldern zutrifft, geht aus den später zu behandelnden Versuchen der Gruppe *b* hervor. Durch diesen Vorgang können unter Umständen zwei nahe benachbarte Resonanzstellen in Absorption nicht mehr als aufgelöst erscheinen.

¹⁾ Das erste Maximum bei 400 Orsted ist sicher nicht als Resonanzstelle anzusehen, sondern in gleicher Weise wie bei Zvironas auf eine verstärkte Absorption des Untergrundes durch die aufgespaltenen Komponenten zurückzuführen. — Ebenso deutet das kleine Maximum bei 4400 Orsted auf einen Untergrundeffect hin. Das der Emissionslinie überlagerte Kontinuum ist vermutlich nicht genau konstant, sondern hat möglicherweise an gewissen Stellen ein Maximum, was sich bei bestimmten Feldern — und dies ist sehr wahrscheinlich bei 4400 Orsted der Fall — in einer erhöhten Absorption aufgespaltenener Komponenten äußert. — ²⁾ D. R. Inglis, l. c. Dazu ist zu bemerken, daß der Polarisationszustand der anomalen Zeeman-Komponenten theoretisch nicht bestimmt wurde, weswegen diese sowohl im π - als auch im σ -Aufspaltungsbild auftreten. — ³⁾ F. W. Aston, Proc. Roy. Soc. London (A) **115**, 509, 1927.

bedingungen ein solches Minimum wegen der obenerwähnten Verbreiterung der Absorptionslinie nicht mehr auflösbar¹⁾.

2. Vor allem wurde Zvironas durch eigene Messungen der Absorption der π -Komponente von I durch Hg-Dampf in einem Feld von 5800 Orsted zur

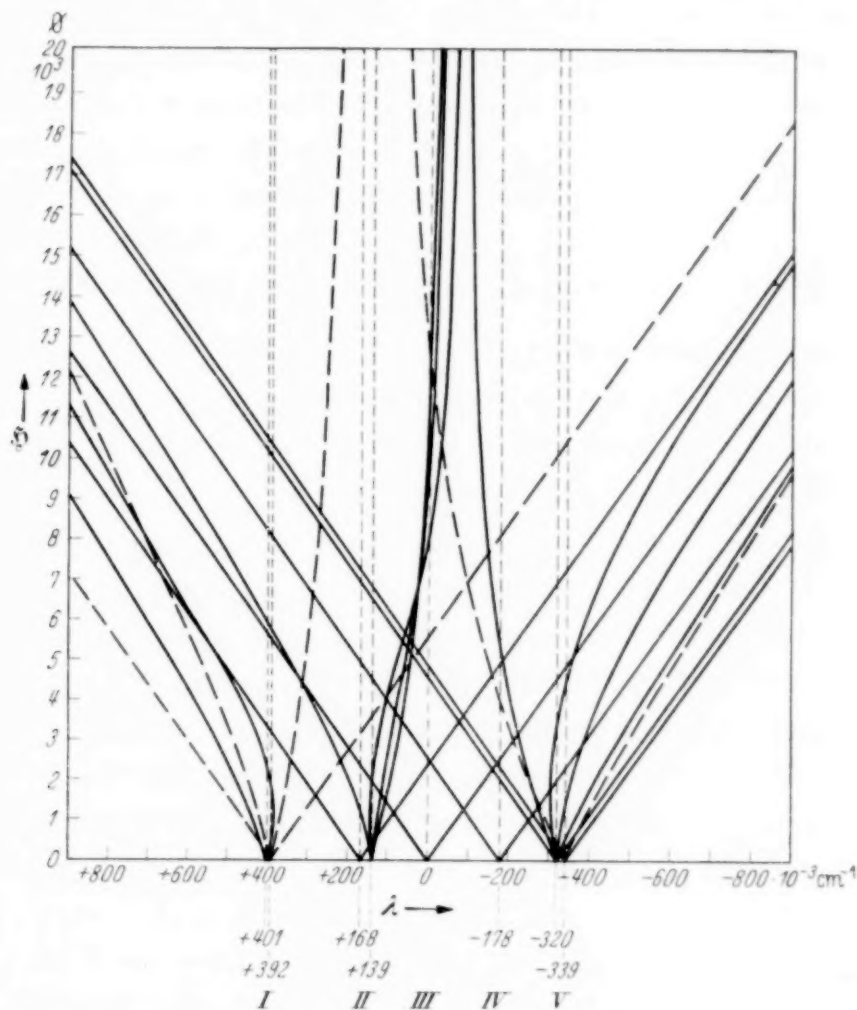


Fig. 4. Das o-Aufspaltungsbild der Hg-Resonanzlinie 2537 Å.
(Die schwach gestrichelten Linien kennzeichnen die Lage der Komponenten im unaufgespaltenen Zustand; die Aufspaltungen des Isotops 199 sind zur Unterscheidung von denen der übrigen Isotope gestrichelt eingezeichnet.)

Annahme einer verhältnismäßig großen Aufspaltung der kurzwelligsten Linie geführt. Dagegen findet dieser Vorgang innerhalb des in Fig. 4 aufgestellten Schemas ganz zwanglos seine Deutung. Hier liegt die dem Hg-Isotop 198 zugeordnete Linie entsprechend dem Resonanzmaximum von 3150 Orsted bei $-10,8$ mAE., die Lage der Linie b_{201} , die nach Schüler und Keyston gegenüber Hg₁₉₈ um 1,9 mAE. nach Rot verschoben ist, beträgt demgemäß

¹⁾ Zu beachten ist der stark unsymmetrische Kurvenverlauf in der Nähe des ersten Durchlässigkeitsmaximums bei Zvironas II, Fig. 2, S. 687, l. c.

— 8,9 mAE. und wegen des im Vergleich zu Zvironas kleineren Abstandes bc kommt die kurzwelligste Komponente von b_{201} mit B_{199} bei dem gemessenen Feld zur Deckung, ohne Änderung des oben festgelegten Abstandes Bc . Dieses Ergebnis liegt ganz im Sinne einer Bestätigung der Forderung von Mrozowski¹⁾, der unter Hinweis auf das von dem theoretischen Wert 0,6 abweichende Intervallverhältnis des dem Hg-Isotop 201 zugeordneten Triplets eine Trennung zwischen c_{201} und B_{199} von nicht mehr als $6 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$ verlangt.

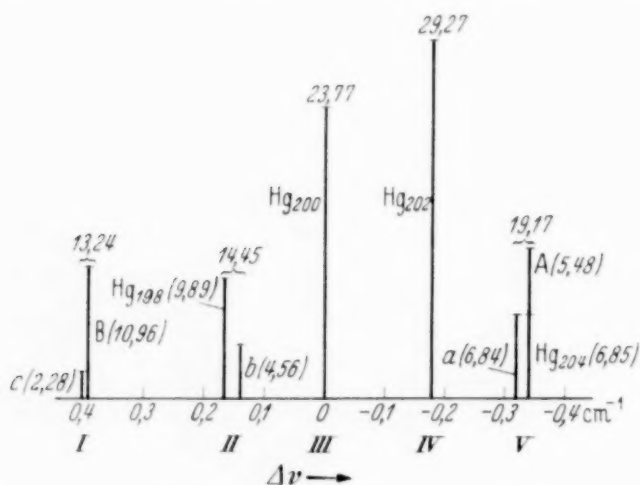


Fig. 5. Das Strukturbild der Hg-Resonanzlinie 2537 Å.

Unter Berücksichtigung der in Fig. 5 angegebenen relativen Intensitäten ergibt sich als Lage des Schwerpunktes der Komponente I (c_{201} und B_{199}) eine Wellenlängendifferenz von — 25,3 mAE. von der Mittelkomponente. Der Schwerpunkt von II (Hg_{198} und b_{201}) liegt bei — 10,3 mAE. und derjenige von V (a_{201} , A_{199} und Hg_{204}) bei + 21,4 mAE., wenn man die Linie a_{201} gegenüber den anderen beiden Komponenten von V um 1,2 mAE. oder $19 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$ nach kurzen Wellen verschiebt, was innerhalb der von Schüler und Keyston angegebenen Genauigkeitsgrenze von $30 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$ zulässig ist. Damit ergeben sämtliche Schwerpunkte zusammen mit der Lage der einfachen Komponenten so weitgehende Übereinstimmung mit den Werten von McNair (l. c.), daß die Leistungsfähigkeit der hier verwendeten Resonanzkurvenmethode bezüglich der Lagebestimmung einzelner Hyperfeinstrukturkomponenten erwiesen ist²⁾. Das Intervallverhältnis des Tri-

Die Lage der zu den Hg-Isotopen 200, 202 und 204 gehörenden Singulettlinien bestimmt sich aus den Resonanzstellen von 5550, 8120 und 10400 Orsted (siehe Fig. 5). Im Falle spektroskopischer Nichtauflösbarkeit erscheinen auch die zusammengesetzten Komponenten als Einzellinien.

¹⁾ S. Mrozowski, *Helv. Phys. Acta* **9**, 27, 1936. — ²⁾ Nachtrag bei der Korrektur. Mrozowski findet nach einer soeben veröffentlichten Untersuchung über die Hyperfeinstruktur der verbotenen Hg-Linie 2655,8 Å (*ZS. f. Phys.* **108**, 204, 1938). Für den Abstand der Schwerpunkte von Hg_{199} und Hg_{201} $0,188 \text{ cm}^{-1}$, was mit dem eigenen, hierfür bestimmten Wert von $0,195 \text{ cm}^{-1}$ gut übereinstimmt (im Vergleich dazu beträgt bei Schüler und Keyston der Abstand $0,208 \text{ cm}^{-1}$).

pletts von Hg_{201} cb/ab zeigt nicht genau den Wert, wie er nach der Landé-schen Intervallregel zu erwarten wäre. Dafür ist nach Schüler und Schmidt¹⁾ das elektrische Quadrupolmoment des Atomkerns von Hg_{201} verantwortlich zu machen. Nach der dort durchgeführten Rechnung ergibt sich unter Verwendung der aus Fig. 5 zu entnehmenden Aufspaltungen der Triplettkomponenten der Betrag $3 \cdot 10^{-25}$ CGS. Die verhältnismäßig große Diskrepanz gegenüber dem von Schüler und Schmidt aus ihrem Beobachtungsmaterial ermittelten Wert von $0,5 \cdot 10^{-25}$ CGS ist auf die starke Empfindlichkeit des berechneten Quadrupolmoments auf die Störung des Intervallverhältnisses zurückzuführen, das im Vergleich zu Schüler aus dieser Untersuchung nur um wenig höher hervorgeht (0,57 gegen 0,55).

II. Stöße zweiter Art mit artgleichen Hg-Atomen. Die unter Einschaltung des Absorptionsgefäßes A_2 gewonnene Intensitätskurve (Fig. 3b) zeigt, daß von der Resonanzkammer R_1 eine zusätzliche Strahlung ausgeht, die, da sie von A_2 nicht absorbiert wird, eine andere Frequenz hat wie die eingestrahlte Linie.

Dies ist die von Schütz (l. c.) auf Stöße zweiter Art im Hg-Dampf zurückgeführte Erscheinung. Im Sinne seiner Arbeit kann das Verhältnis der in den Anordnungen a und b bei bestimmten Feldstärken gemessenen Intensitäten als Maß für die Wahrscheinlichkeit betrachtet werden, mit der sich die Anregungsenergie eines Atoms beim Stoß unter Aufnahme oder Verlust an kinetischer Energie ändert. Die von Schütz in Analogie mit einer Rechnung von Stern und Volmer²⁾ abgeleitete Beziehung lautet:

$$\frac{I_2}{I_1 + I_2} = \frac{\tau}{\vartheta + \tau} \quad \text{für } \tau \leq \vartheta. \quad (1)$$

Dabei ist I_2 die mit Anordnung b , $I_1 + I_2$ die mit Anordnung a gemessene Intensität. τ ist die Lebensdauer der angeregten Atome und ϑ die mittlere Dauer zwischen zwei Zusammenstößen. Mit der Stoßdauer ϑ hängt der für die Energieüberführung maßgebliche Querschnitt q folgendermaßen zusammen:

$$\frac{1}{\vartheta} = Z = n \cdot \bar{v} \cdot q \quad (2)$$

(Z = Stoßzahl/sec, n = Zahl der stoßenden Atome im cm^3 , \bar{v} = mittlere gaskinetische Relativgeschwindigkeit der Stoßpartner).

¹⁾ H. Schüler und Th. Schmidt, ZS. f. Phys. **98**, 239, 1936. —

²⁾ O. Stern und M. Volmer, Phys. ZS. **20**, 183, 1919.

Aus (1) und (2) ermittelt sich das Verhältnis:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{\tau}{\vartheta} = 4qp\tau \sqrt{\frac{L}{\pi\mu kT}}, \quad (3)$$

wobei p der Partialdruck der für die Übernahme der Anregungsenergie in Frage kommenden Atome in dyn/cm², μ das mittlere Atomgewicht 200 der Hg-Atome, L die Lohschmidtsche Zahl und k die Boltzmann-Konstante ist.

Die Auswertung der mit Anregung durch die Komponente I erhaltenen Intensitätskurven (Fig. 3) ist nach folgenden Gesichtspunkten vorzunehmen: Unter Berücksichtigung der Tatsache, daß der Grundzustand der Hg-Atome magnetisch nicht aufspaltet, läßt sich von den auf der Komponente I liegenden Resonanzstellen aus ein Energieübergang durch Stoß zweiter Art vorwiegend nach dem jeweils in nächster Nachbarschaft des angeregten Energiezustandes liegenden Term annehmen. Als solcher ist, wie ein Blick auf das Aufspaltungsschema der Fig. 4 zeigt, für sämtliche Resonanzstellen mit Ausnahme derjenigen von 3150 Orsted der durch die langwellige anomale Aufspaltung der Linie B_{199} dargestellte Term einzusetzen. Die Einwirkung entfernterer Terme kann in erster Näherung wegen des zu erwartenden schnellen Abfalles des Wirkungsquerschnittes vernachlässigt werden. Als Druck des störenden Gases geht infolgedessen der Partialdruck der Hg-Atome 199 in Gleichung (3) ein. Dieser beträgt bei einem Hg-Dampfdruck von $1,0 \cdot 10^{-3}$ mm Hg (Sättigungsdruck bei $T = 292^{\circ}$ abs.) entsprechend der relativen Konzentration des Isotops Hg₁₉₉ $1,61 \cdot 10^{-4}$ mm Hg. Die Lebensdauer der angeregten Atome ist, wie in der Rechnung von Schütz [auf Grund der Abklingversuche von Wien¹⁾] mit $\tau = 1,0 \cdot 10^{-7}$ sec angenommen. Einsetzung dieser Werte und der Konstanten in Gleichung (3) ergibt für q die Beziehung:

$$q = \pi r^2 = 7,35 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{I_2}{I_1} \text{ cm}^2. \quad (4)$$

Dabei stellt der Wirkungsradius r diejenige Entfernung zwischen stoßendem und gestoßenem Atom dar, in der noch ein merklicher Energieaustausch stattfindet. Zur Ermittlung des Intensitätsverhältnisses I_2/I_1 (I. V.) wurden speziell an den Resonanzstellen die Intensitäten mit und ohne A_2 möglichst genau festgelegt.

Die Bestimmung des Querschnitts q aus Formel (4) macht noch folgende Korrekturen an den gemessenen Intensitätswerten erforderlich:

Bei Anordnung a und b : Abzug des Streulichtes, d. i. die oberhalb 12000 Orsted gemessene Intensität.

¹⁾ W. Wien, Ann. d. Phys. **73**, 483, 1924.

Bei Anordnung *b*: 1. Berücksichtigung des Reflexionsverlustes von 19% an den Quarzplatten von A_2 . 2. Abzug der in A_2 angeregten nach Z gelangenden sekundären Resonanzemission im Betrag von 2% der Strahlung von R . Letztere Notwendigkeit ergibt sich aus der Tatsache, daß in feldlosem Zustand des Magneten M_R die b -Intensität den Streulichtwert um etwa 2% der a -Intensität überschreitet. Da aber in diesem Falle vollständige Absorption der von R ausgehenden Strahlung durch den Hg-Dampf in A_2 eintritt, kann die Restintensität ihren Ursprung nur in A_2 selbst haben. Von einer Unterdrückung der Sekundärresonanz durch Zusatz auslöschender Gase (O_2 , H_2) wurde absichtlich deshalb abgesehen, weil sich dabei eine störende Verbreiterung der Absorptionslinie bemerkbar machte. Eine Veränderung der Länge des Rohres A_2 von 8 auf 4 cm blieb ohne Einfluß auf das gemessene I.V.

Sämtliche korrigierten Meßwerte und Ergebnisse sind in Tabelle 1 zusammengetragen.

Tabelle 1.

1	2	3	4	5	6	7	8
\mathfrak{H}	$\frac{I_2}{I_1 + I_2}$	$\frac{I_2}{I_1}$	q	r	$\Delta\nu$	ε	$r \cdot \Delta\nu$
10^3 Orsted	$\%_0$	$\%_0$	10^{-12} cm^2	10^{-6} cm	10^{-3} cm^{-1}		10^{-7}
1,93	42,0	72,5	53,3	4,11	40,6	2900	1,67
3,15	31,0	45,0	33,1	3,24	61,0	1800	1,97
5,55	11,4	12,9	9,46	1,74	96,0	515	1,67
8,12	8,1	8,8	6,48	1,44	116,6	352	1,67
10,4	5,5	6,2	4,54	1,20	133,6	246	1,60

Spalte 1 enthält die Felder, bei denen die jeweiligen Resonanzmaxima gemessen sind (kurz Resonanzfelder genannt), Spalte 2 und 3 die korrigierten Intensitätsverhältnisse, 4 und 5 die aus (4) ermittelten Querschnitte und Wirkungsradien und 6 die nach der Theorie von Inglis (l. c.) berechneten Aufspaltungen der langwelligen anomalen Zeeman-Komponente der Linie B_{199} bei den entsprechenden Resonanzfeldern. Schließlich ist in Spalte 7 der Empfindlichkeitsfaktor ε angegeben, d. i. der Faktor, mit dem man die gaskinetische Stoßzahl Z_0 bzw. Stoßquerschnitt q_0^1) multiplizieren muß, um auf die Größen der beobachteten Wirkungsquerschnitte zu kommen. Wie aus Spalte 8 ersichtlich ist, ergibt das Produkt $r \Delta\nu$ stets fast denselben Wert, d. h. der Wirkungsradius r ist der Resonanzverstimmung $\Delta\nu$ ziemlich genau umgekehrt proportional. Eine stärkere Abweichung von der Konstanz tritt lediglich beim Resonanzfelde $\mathfrak{H} = 3150 \text{ Orsted}$ in Erscheinung. Hier

¹⁾ $q_0 = \pi r_0^2 = 1,84 \cdot 10^{-14} \text{ cm}^2$ (nach Schütz, l. c.).

ist aber der Querschnitt deswegen mit einer größeren Unsicherheit behaftet, weil die relativ stärksten Stoßüberführungen nach dem energieärmeren anomalen Zeeman-Term der Linie c_{201} (demselben, das das Resonanzmaximum bei 1930 Orsted zur Folge hat) wegen des geringsten Frequenzabstandes von der eingestrahnten Linie I zu erwarten sind. Trotzdem haben diese Stoßprozesse keinen wesentlichen Einfluß auf die Intensität I_2 ,

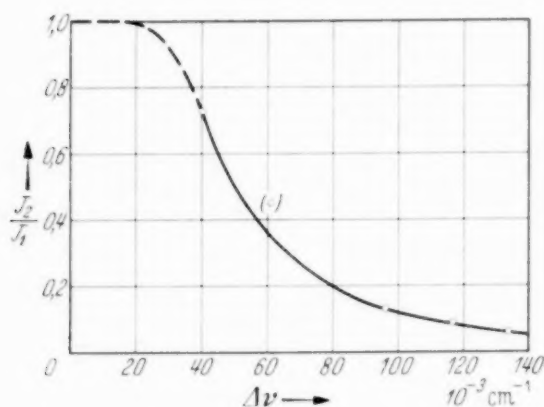


Fig. 6. I_2/I_1 in Abhängigkeit der Resonanzunschärfe $\Delta\nu$.

da die frequenzverschobene Linie in den Bereich der Absorptionslinie des Hg-Dampfes von I_2 zu liegen kommt. Man kann deswegen auch diesen Wirkungsquerschnitt auf den Abstand der für die übrigen Resonanzüberführungen maßgeblichen Zeeman-Komponente von B_{199} beziehen. Allerdings ergibt die Berechnung aus (4) dann nur eine obere Grenze, und aus diesem Grunde ist in Fig. 6, in der die Abhängigkeit des I.V. von der Resonanzunschärfe $\Delta\nu$ dargestellt ist, das dieser Aufspaltung zugeordnete I.V. von 45% eingeklammert.

III. Ergänzende Meßreihen zur Kontrolle der Auswertungsmethode.

1. Zwecks Prüfung der Formel (3), $I_2/I_1 = \tau/\theta$ auf ihre Leistungsfähigkeit wurde der Hg-Dampfdruck durch Erhöhung der Zimmertemperatur auf 26 bis 27° C um etwa 65% gesteigert. Der Erwartung gemäß lagen die Verhältnisse I_2/I_1 um denselben Faktor höher, mit Ausnahme des I.V. beim Resonanzfeld $\mathfrak{H} = 1930$ Orsted, das den bei 19° C gemessenen Wert nur um etwa 20% übertrifft. In Wirklichkeit ist hier die Beziehung $\tau/\theta \leq 1$, unter der (3) gilt, nicht mehr erfüllt. Allgemein treten in einem solchen Falle Mehrfachüberführungen auf, die verhindern, daß ein I.V. von 100% überschritten wird (vgl. den extrapolierten Kurvenverlauf in Fig. 6 bis zum Grenzfall scharfer Resonanz).

2. Eine weitere Meßreihe wurde bei einer Temperatur 0° C entsprechenden Sättigungsdruck des Hg-Dampfes in R (mit $2 \cdot 10^{-5}$ mm Hg rund fünfmal kleiner als bei Zimmertemperatur) ausgeführt. Sie ergab ebenfalls einen starken Abfall des I.V. mit zunehmender Resonanzunschärfe. Wegen der Kleinheit der beobachteten Intensitäten konnte jedoch eine quantitative Auswertung nicht durchgeführt werden.

3. Zur weiteren qualitativen Ergänzung der Meßreihen wurden Versuche mit abgeänderter Zusammensetzung der resonanzanregenden Strahlung

da die frequenzverschobene Linie in den Bereich der Absorptionslinie des Hg-Dampfes von I_2 zu liegen kommt. Man kann deswegen auch diesen Wirkungsquerschnitt auf den Abstand der für die übrigen Resonanzüberführungen maßgeblichen Zeeman-Komponente von B_{199} beziehen. Allerdings ergibt die Berechnung aus (4) dann nur eine obere Grenze, und aus diesem Grunde ist in Fig. 6, in der

unternommen, soweit sich eine solche Abänderung mit Hilfe des Mrozowski-Filters erreichen ließ. Zunächst wurde das Filter durch Ausfrieren des Hg-Dampfes in B unwirksam gemacht und das senkrecht zu \mathfrak{H} polarisierte Licht der ungefilterten Strahlung zur Resonanzanregung verwendet. Damit ergeben sich in den Anordnungen a und b die Intensitätskurven der Fig. 7. Fig. 7a ist das Gegenbild zu der von Schein (l. c.) gemessenen Intensitätskurve mit Maximis an den Stellen kleinster Durchlässigkeit; Fig. 7b bestätigt qualitativ die Abnahme des Wirkungsquerschnitts mit zunehmender magnetischer Aufspaltung.

Zum Zwecke der Messung mit anderen Filterkombinationen wurde der Magnet M_F um 90° gedreht, so daß seine Feldlinien nunmehr parallel zu \mathfrak{H} verliefen. Beträgt die Feldstärke \mathfrak{H}_F 2350 oder 1800 Orsted, so ergeben sich bei Stellung des Nicols senkrecht zu \mathfrak{H} dieselben Intensitätskurven, die in Fig. 3 dargestellt sind, ein Zeichen dafür, daß in beiden Fällen die Komponente I mit derselben Reinheit wie nach der oben beschriebenen Filterungsart isoliert wird. Das geht unmittelbar aus dem Aufspaltungsschema der Fig. 4 hervor. Die starke Absorption der übrigen Komponenten in A_F bei den angelegten Filterfeldern tritt umgekehrt in den Resonanzmaximis der Fig. 7a bei den entsprechenden Feldstärken \mathfrak{H} deutlich in Erscheinung.

Fig. 8 zeigt die Resonanzkurven, die mit $\mathfrak{H}_F = 1150$ Orsted erhalten wurden. Nach Mrozowski und Zvironas werden hier die Komponenten III und IV ausgesondert. Das Minimum der mit Komponente I gewonnenen Intensitätskurve in Fig. 3a bei diesem Felde macht es jedoch

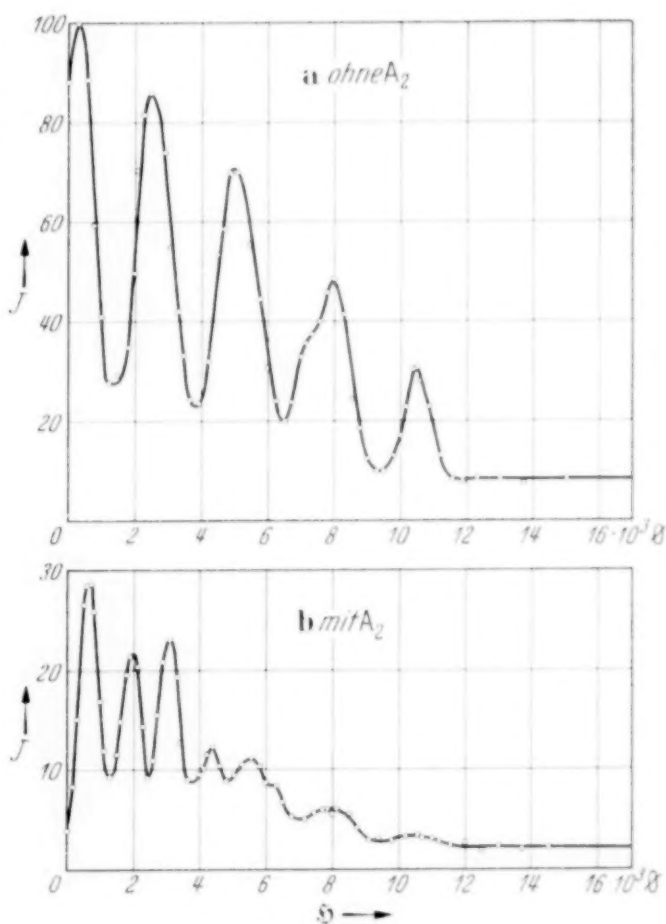


Fig. 7. Resonanzanregung mit ungefilterter Primärstrahlung [6].

wahrscheinlich, daß die Komponente I durch A_F nicht vollständig isoliert wird. Darauf deutet das Maximum bei 10 400 Orsted in Fig. 7a und dasjenige bei 3000 Orsted in Fig. 7b hin.

Ein Feld $\mathfrak{H}_F = 5600$ Orsted liefert die Resonanzkurven der Fig. 9. Hier findet die Anregung hauptsächlich durch die Komponente II und V statt, mit einer Beimischung von Komponente IV, die an einem Maximum bei 8100 Orsted in Anordnung *a* und einem solchen bei 5300 Orsted in Anordnung *b* erkenntlich ist (siehe dazu das Schema der Fig. 4). Der Ver-

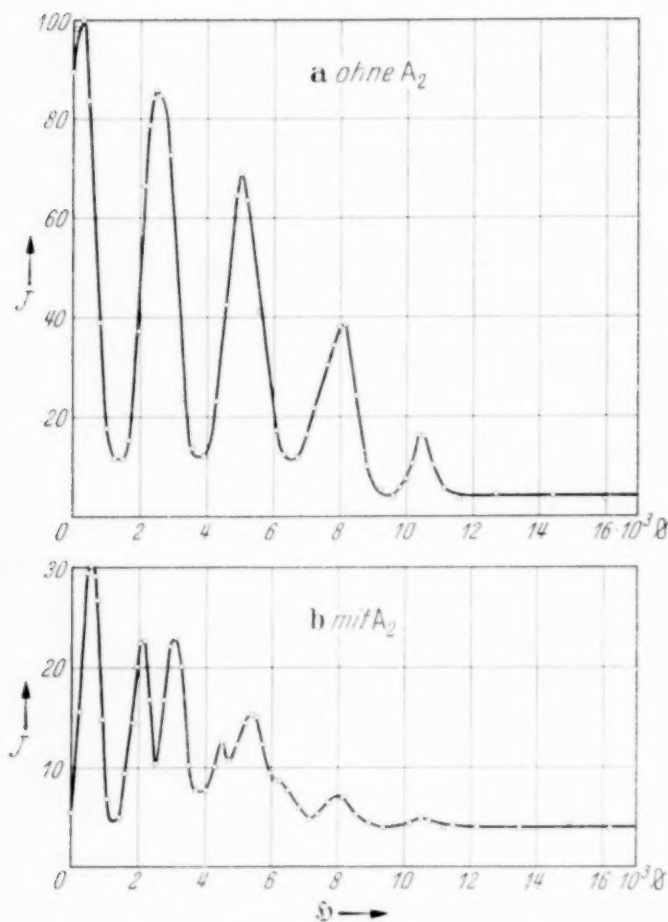


Fig. 8. Resonanzanregung mit Komponente III + IV (+I) [a].

gleich der *a*- und *b*-Kurven in Fig. 8 und 9 steht mit dem Befund der Fig. 3 qualitativ in Einklang, ohne daß es natürlich möglich wäre, hieraus weitere quantitative Aussagen zu machen.

IV. Vergleiche mit den Beobachtungen von Schütz. Die Empfindlichkeitsfaktoren der Tabelle 1, Spalte 7 sind von einem bis zu fünfzigfachen Betrag des von Schütz angegebenen Wertes $\varepsilon = 66$. Da Schütz das ungefilterte π -Licht der Linie 2537 Å zur Resonanzanregung verwendet, ist die Kleinheit des von ihm gefundenen E.F. verständlich, denn zu seiner Ermittlung gehen auch die „inaktiven“ Isotope in die Stoßzahl-

bilanz ein, d. h. die Isotope, die bei dem jeweils angelegten Feld keine Stoßanregung mit merklichem Querschnitt liefern. Der hier erzielte Fortschritt über die Schützsche Arbeit hinaus besteht in der Resonanzanregung durch die kurzwelligste Komponente allein. Im übrigen konnte der Befund von Schütz $\left(\frac{I_2}{I_1 + I_2} = 1/20 \text{ bei } 18^\circ \text{C, unabhängig vom Magnetfeld} \right)$ durch Herstellung der gleichen Versuchsbedingungen (Ausfrieren des Hg-Dampfes in *R*, Schwingungsrichtung des Nicols \mathfrak{H}) bestätigt werden. Der Grund

für die Unabhängigkeit des I.V. von der Feldstärke liegt in der Eigenart des anomalen Zeeman-Effektes der Resonanzlinie 2537 Å. Die als Folge des Paschen-Back-Effektes bei hohen Feldern stattfindende Annäherung anomaler Aufspaltungen an einzelne eingestrahlte Linien kompensiert gewissermaßen die zunehmende Resonanzverstimmung bei den anderen Komponenten, so daß mit einer mittleren für alle Felder gleichen Resonanzunschärfe gerechnet werden kann.

V. *Diskussion der Ergebnisse.* Nach Kallmann und London¹⁾ ist der Wirkungsradius r durch diejenige Entfernung gegeben, in der die Wechselwirkung W der miteinander reagierenden Atome von der Größenordnung der zu überbrückenden Energiedifferenz ist: $W(r) \sim h \Delta r$. Danach erreicht der Querschnitt $q = \pi r^2$ seinen größten Wert bei scharfer Resonanz der den Atomen zugeordneten virtuellen Oszillatoren und nimmt mit wachsender Resonanzunschärfe schnell ab. Ist umgekehrt die Resonanzfunktion, d. h. die Ab-

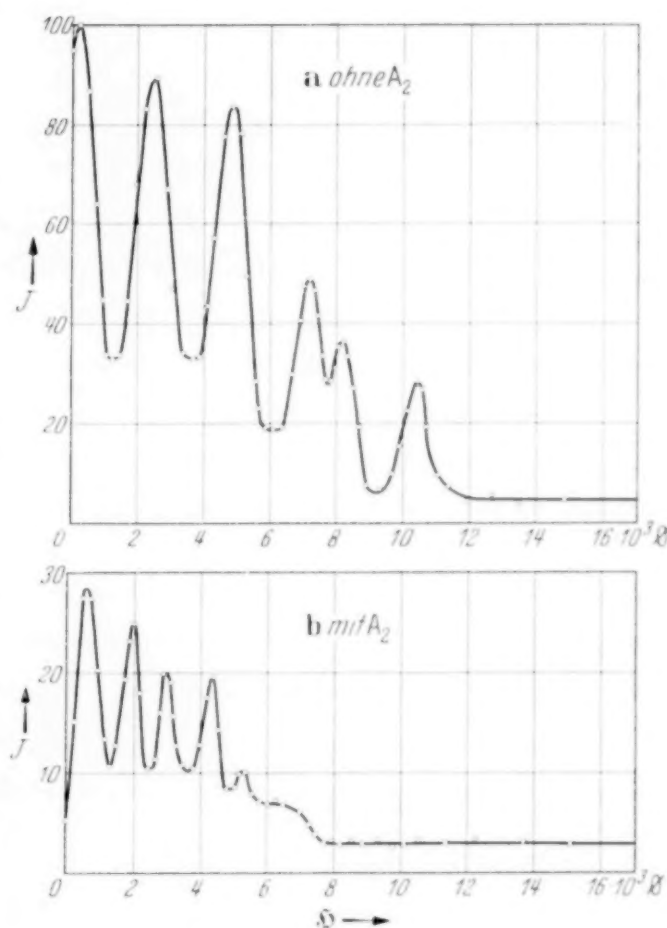


Fig. 9. Resonanzanregung mit Komponente II + V (+ IV) [σ].

hängigkeit des Querschnitts q von der Resonanzunschärfe Δr experimentell bestimmbar, so lassen sich hieraus Schlüsse über die Art der Wechselwirkung zwischen angeregten und nichtangeregten Atomen ziehen.

Eine quantitative Deutung der Versuchsergebnisse ist naturgemäß nur bei Resonanzanregung durch die Komponente I durchführbar, wo die Zuordnung zwischen eingestrahlter und frequenzverschobener Linie hinreichend eindeutig ist. Aus der gefundenen Abhängigkeit $1/r \sim \Delta r$ folgt zusammen mit der Beziehung von Kallmann und London für die Wechsel-

¹⁾ H. Kallmann u. F. London, ZS. f. phys. Chem. (B) **2**, 207, 1929.

wirkung: $W(r) \sim 1/r$. Daraus ist zu schließen, daß die Kopplung der Hg-Atome optischer Natur ist, d. h. einzig durch das elektromagnetische Feld der Ausstrahlung verursacht wird. Demgegenüber ist die mit $1/r^3$ abklingende elektrostatische Dipolwirkung der atomaren Resonatoren vollständig zu vernachlässigen. Umgekehrt ist es bekanntlich bei Na, wie aus Untersuchungen von Hanle und Larche¹⁾ über die *D*-Linienresonanz im Magnetfeld hervorgeht. Dort läßt sich der Wirkungsquerschnitt ausschließlich auf Dipolwechselwirkung zurückführen. Der prinzipielle Unterschied gegenüber dem Wechselwirkungspotential für den Hg-Resonanzübergang $^3P_1 - ^1S_0$ dürfte in der Tatsache begründet sein, daß im Gegensatz zu den *D*-Linien die Hg-Linie 2537 Å als Interkombinationslinie mit einer schwachen Oszillatorenstärke ($f = 1/25$) und damit schwachen Dipolwirkung begabt ist. In den durch die Wirkungsradien definierten Entfernungen ist das elektrostatische Dipolfeld bereits so stark abgeklungen, daß es keinen nennenswerten Beitrag zum Wirkungsquerschnitt zu leisten vermag.

Es muß betont werden, daß die Deutung auf Schwierigkeiten stößt, sobald man versucht, auch die in größerer Entfernung liegenden Terme bei der Berechnung der Wirkungsquerschnitte zu berücksichtigen, indem man ihren Einfluß etwa nach dem obigen $1/r$ -Gesetz ansetzt. Man wäre wegen der verhältnismäßig stärkeren Einwirkung der entfernteren Terme bei den hohen Resonanzfeldern gezwungen, die Wechselwirkung langsamer als $1/r$ verlaufen zu lassen, was als ausgeschlossen gelten muß²⁾.

Weitere Unsicherheiten in der quantitativen Erfassung der Wirkungsquerschnitte liegen in dem unkontrollierbaren Einfluß des Untergrundes, sowie in einer eventuellen Verschiedenheit der Lebensdauer der bei den

¹⁾ W. Hanle u. K. Larche, ZS. f. Phys. **85**, 548, 1933. — ²⁾ Ein Ausweg aus der bestehenden Schwierigkeit kann sich bei Betrachtung der Polarisationsverhältnisse der durch Stoß angeregten Übergänge eröffnen, wenn man die nicht ganz von der Hand zu weisende Annahme macht, daß Stöße zweiter Art an gewisse „Auswahlregeln“ gebunden sind, wonach bei gleicher Energiedifferenz diejenigen Stoßüberführungen bevorzugt werden, die eine Änderung der Atomorientierung zur Folge haben. Da nach den Beobachtungen von Mc. Nair (l. c.) die der eingestrahlten Linie *I* nächstbenachbarte Zeeman-Komponente parallel \mathfrak{H} polarisiert ist, führt eine Stoßanregung dieser Linie in der Tat zu einer Änderung der Schwingungsrichtung, da die eingestrahlte Linie *I* entsprechend dem Filterungsverfahren senkrecht zu \mathfrak{H} schwingt. Das Bestehen von Auswahlregeln würde somit die Vernachlässigung der entfernteren σ -Terme verständlich machen, denn ein Stoß zweiter Art ändert hier nicht das gesamte Atomimpulsmoment der Stoßpartner. Ein Hinweis auf eine solche Möglichkeit ist bereits in der Arbeit von Schütz (l. c.) enthalten, doch ist eine Entscheidung dieser Frage ohne weitere experimentelle und theoretische Untersuchungen nicht möglich.

jeweiligen Resonanzfeldern angeregten Hg-Isotope. Eine Entscheidung darüber, ob die von Mrozowski (l. c.) festgestellte Verschiedenheit der Leuchtdauer reell ist oder nicht, können vorliegende Untersuchungen natürlich nicht erbringen, doch scheinen sie — nach der Konstanz des Produktes $r \cdot \Delta \nu$ zu beurteilen — eher zugunsten des Befundes von Zuber¹⁾ zu sprechen, der aus Absorptionsmessungen auf die Unabhängigkeit der Lebensdauer von der Kernmasse schließt.

Die angeführten Schwierigkeiten, die einer genaueren quantitativen Bestimmung der Wirkungsquerschnitte im angeregten Hg-Dampf auch bei gefilterter Resonanzanregung im Wege stehen, lassen es daher als wünschenswert erscheinen, die Messungen an reinen Hg-Isotopen zu wiederholen, deren Isolierung nach dem von Zuber²⁾ entwickelten Verfahren zu geschehen hätte.

VI. Versuche mit Fremdgaszusatz. Die vorliegende Versuchsanordnung bietet die Möglichkeit, die Untersuchungen auf Prozesse auszudehnen, bei denen artfremde Atome die Rolle des Stoßpartners übernehmen. Zu diesem Zweck wurden dem Hg-Dampf in *R* Fremdgase unter Drucken zwischen $3 \cdot 10^{-3}$ und 150 mm Hg zugesetzt. Die Einstellung von Fremdgasdrucken unterhalb 1 mm Hg erfolgte durch Verbindung der Resonanzkammer mit einem größeren zunächst evakuierten Volumen, wodurch eine dem Volumenverhältnis entsprechende Druckerniedrigung erzielt wurde. Auf diese Art konnten stufenweise beliebig kleine Drucke in *R* von berechenbarer Größe hergestellt werden. Als Zusätze gelangten die Edelgase Helium, Argon und Xenon zur Verwendung. Auf den Zusatz von Nichtedelgasen wurde wegen ihrer mehr oder weniger stark auslöschenden Wirkung verzichtet. Ein Zusammenstoß mit einem Fremdatom wird je nach der Stärke der Wechselwirkung zwei spezifisch verschiedene Reaktionen des angeregten Hg-Atoms auslösen:

1. Die Phase der Schwingung des dem Atom zugeordneten virtuellen Oszillators wird geändert, ohne daß ein Energieaustausch zwischen den Stoßpartnern stattfindet.

2. Das angeregte Hg-Atom wird unter Umsetzung eines Teiles der kinetischen Energie der Wärmebewegung in einen anderen eigenen Energiezustand überführt (Stoß zweiter Art). Ein solcher Effekt ist zuerst von Mrozowski³⁾ beobachtet worden: Wurde Hg-Dampf, dem He oder N₂

¹⁾ K. Zuber, *Helv. Phys. Acta* **8**, 370, 1935. — ²⁾ K. Zuber, ebenda **9**, 285, 1936. — ³⁾ S. Mrozowski, *ZS. f. Phys.* **78**, 833, 1932.

zugesetzt war, mit der Komponente I bestrahlt, so enthielt die Resonanzemission außer dieser auch noch die Komponenten II und V. Das sind auf Grund des Termschemas die einzigen Linien, die einem Übergang von anderen Termen des ursprünglich angeregten Atoms in den Grundzustand entsprechen.

Beide Prozesse liefern eine Linienverbreiterung, für die der Querschnitt der am Stoß beteiligten Atome bestimmend ist. Experimentell wirken sich beide Vorgänge in einer Erhöhung der Durchlässigkeit des Absorptionsgefäßes A_2 für die Strahlung der Resonanzkammer R aus, denn bei zunehmendem Fremdgasdruck wird die Resonanzlinie die Absorptionslinie

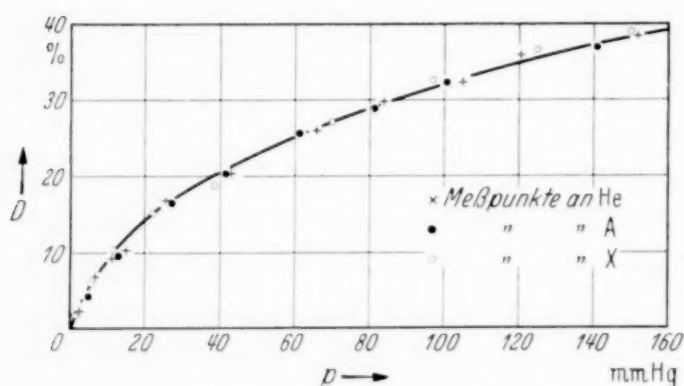


Fig. 10. Die Durchlässigkeit D von A_2 für die σ -Komponente von I in Abhängigkeit vom Fremdgasdruck in R .

an Breite mehr und mehr übertreffen. In Fig. 10 ist die Durchlässigkeit D von A_2 als Funktion des Edelgasdrucks in R beim Felde $\mathfrak{H} = 0$ dargestellt. Eingestrahlt wird die σ -Komponente von I: Es ergibt sich unabhängig von der Art des benutzten Edelgases dieselbe Kurve. Man wird also sagen

können: In erster Näherung ist die Stoßzahl $Z = n\bar{v}q$ für die verschiedenen Edelgase beim gleichen Druck dieselbe und (wegen $\bar{v} \sim 1/\sqrt{\mu}$) der Stoßquerschnitt proportional der Wurzel aus dem resultierenden Atomgewicht μ von leuchtendem und störendem Gas. Eine genaue Bestimmung des Wirkungsquerschnittes müßte indessen die Kenntnis der Form der Absorptionslinie zur Voraussetzung haben.

Über die Wirkung von Stößen zweiter Art im fremdgasgestörten Hg-Dampf gibt die folgerichtige Anwendung der für den Fall reinen Hg-Dampfes entwickelten Versuchsmethode Aufschluß: Das Verhältnis der mit und ohne A_2 gemessenen Intensitäten wächst gegenüber dem ohne Zusatz bestimmten I.V. an, falls das Hg-Atom nach einem Zusammenstoß mit einem Edelgasatom eine nicht in den Bereich der Absorptionslinie fallende Frequenz aussendet. Um eindeutige Ergebnisse zu erhalten, wurde mit Resonanzanregung der σ -Komponente von I gearbeitet und das I.V. bei den für diese Linie charakteristischen Resonanzfeldern in Abhängigkeit vom Druck des Zusatzgases beobachtet. Das Ergebnis dieser Meßreihen ist in Tabelle 2 und Fig. 11 niedergelegt.

Tabelle 2. I_2/I_1 (in %) in Abhängigkeit vom Fremdgasdruck bei den Resonanzfeldern der Komponente I.

Gas	p in mm Hg	\mathfrak{H} in 10^3 Orsted				
		1,93	3,15	5,55	8,12	10,4
He	0,0064	71,5	50,2	16,5	10,1	7,1
	0,023	71,0	53,9	19,8	14,7	10,6
	0,08	70,7	54,6	23,2	26,6	15,0
	0,28	73,0	59,8	29,6	43,5	31,7
	1,0	72,7	64,7	36,4	60,8	49,5
	3,0	73,6	66,7	40,5	66,5	66,0
	9,0	73,6	66,8	39,5	68,4	66,9
	23,5	72,5	68,4	41,0	66,4	66,4
Ar	0,011	72,2	52,0	18,3	12,2	8,2
	0,049	71,5	54,8	22,6	22,0	13,6
	0,22	71,4	61,3	27,4	41,1	27,6
	1,0	73,4	64,0	34,0	61,7	50,6
	4,5	73,4	67,5	38,9	66,7	67,3
	10,0	74,0	66,3	40,5	67,8	66,7
X	0,0031	71,0	46,7	13,1	8,5	5,7
	0,013	73,8	52,6	19,5	13,5	8,3
	0,056	73,6	55,8	22,7	23,6	14,4
	0,24	70,5	60,0	28,2	42,0	27,6
	1,0	71,5	62,9	34,2	62,8	50,2
	4,2	72,4	66,7	41,4	68,5	64,3
	12,0	73,2	65,6	39,8	66,6	68,5

Auch hier lassen sich die mit den verschiedenen Edelgasen ermittelten Meßpunkte zu einer einzigen Kurve vereinigen. Im übrigen sind an den Verhältnissen I_2/I_1 alle Korrekturen angebracht, die im Falle reiner Hg-Stöße oben bereits erörtert wurden (S. 190 ff.). Ferner ist bei Drucken von 1 mm Hg aufwärts die Zunahme der Durchlässigkeit von A_2 infolge Druckverbreiterung (Fig. 10) berücksichtigt. Das I. V. beim Resonanzfeld 1930 Orsted erweist sich als indifferent gegenüber Fremdgaszusatz, während die übrigen Intensitätsverhältnisse mit wachsendem Edelgasdruck ansteigen und schließlich einem Grenzwert zustreben. Die Wirkungsweise der Fremdgasstöße möge an dem Resonanzmaximum bei 8120 Orsted erläutert werden. Hier wird der Beitrag zur Vergrößerung des I. V. dadurch geleistet, daß ein Hg-Atom 202, das sich durch Anregung im energetisch höhergelegenen σ_1 -Zustand befindet, durch Zusammenstoß mit einem artfremden Atom veranlaßt werden kann, seine Anregungsenergie vom tieferliegenden σ_2 -Zustand aus wieder abzustrahlen. Die natürlich auch vorkommenden Übergänge $\sigma \rightarrow \pi$ sind wegen der Absorbierbarkeit der π -Linie der Beobachtung entzogen. Für die Intensitätsverhältnisse an den übrigen Resonanzfeldern gelten entsprechende Überlegungen.

Der Verlauf der I.V.-Kurven (Fig. 11) wird danach folgendermaßen zu deuten sein: Bei niedrigen Drucken überlagert sich der Überföhrungswahrscheinlichkeit, für die der Querschnitt im reinen Hg-Dampf maßgeblich ist, die Wahrscheinlichkeit für den durch Fremdstöße erzwungenen Übergang zwischen den σ -Zuständen des angeregten Hg-Atoms. Diese wächst zunächst mit dem Druck des Fremdgases. Bei höheren Zusatzdrucken treten Rücküberföhrungen durch Mehrfachstöße auf, bis sich

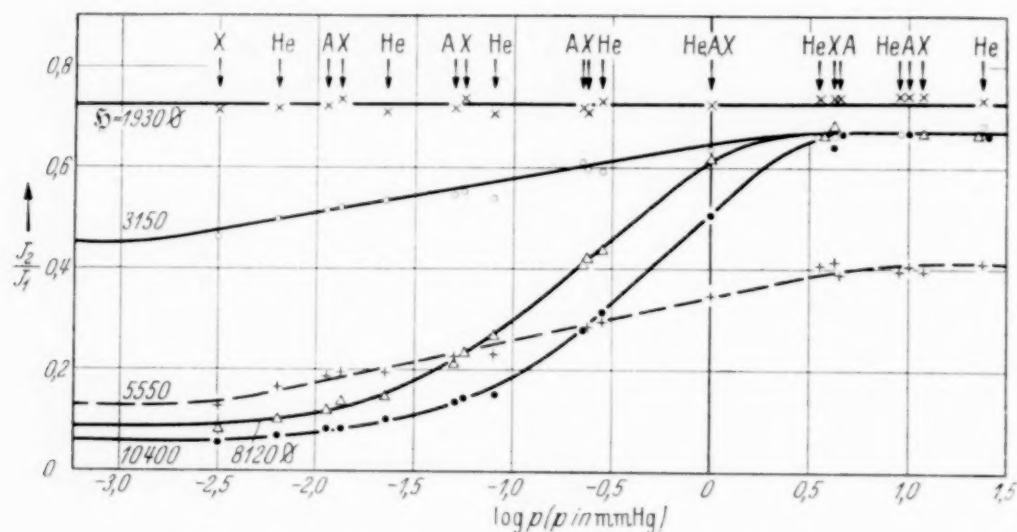


Fig. 11. I_2/I_1 an den Resonanzstellen von I (σ) in Abhängigkeit vom Fremdgasdruck in R.

schließlich ein Gleichgewichtszustand in der Besetzungsdichte der durch Einstrahlung und Stoß erreichten Terme einstellt. Dieser Zustand ist offensichtlich bei der ersten Resonanzstelle ($\mathfrak{H} = 1930$ Orsted) bereits ohne Einwirkung von Fremdgasen erreicht. Beim Resonanzfeld 5550 Orsted, wo das Hg-Isotop 200 angeregt ist, besteht außerdem die Möglichkeit, daß die Energie des durch Fremdgasstoß erregten σ -Zustandes durch einen Hg-Stoß zum Teil auf den nur $50 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$ entfernten π -Term von Hg₂₀₄ übergeht. Da die π -Komponente absorbiert wird, macht ein derartiger Vorgang den kleineren Grenzwert des I.V. bei 5500 Orsted verständlich¹⁾. Daß es sich dabei nicht etwa um direkte Absorption der durch Stoß angeregten σ -Komponente durch eine verbreiterte Absorptionslinie handelt, beweist die Gleichheit des mit einem verkürzten A_2 -Rohr gemessenen Effektes.

Zur quantitativen Auswertung werde wieder die Formel (3): $I_2/I_1 = Z \cdot \tau$ herangezogen, wobei sich die Stoßzahl Z zusammensetzt aus den überföhrenden Stößen Z_1 der Hg-Atome unter sich und den Stößen Z_2 zwischen

¹⁾ Zum Teil werden auch Stoßübergänge, die von dem, wenn auch primär schwach angeregten Zeeman-Zustand des Isotops 201 ihren Ausgang nehmen, dabei eine Rolle spielen.

Hg- und Fremdatomen, für die ein Querschnitt q_f eingeführt werden möge. Beim Fremdgasdruck $p = 1 \text{ mm Hg}$ sei ein angeregtes Hg-Atom im Mittel n mal so viel Fremdstößen ausgesetzt, als Einwirkungen von Seiten eines art eigenen Atoms (bei dem der Temperatur 190°C entsprechenden Dampfdruck des Quecksilbers). Der Annäherung eines Gleichgewichtszustandes werde durch Einführung einer „Rücküberföhrungszahl“ α Rechnung getragen, die ein Maß für die Wahrscheinlichkeit darstellt, mit der ein Hg-Atom durch einen zweiten Fremdgasstoß wieder in den Ausgangszustand gebracht wird. Dann läßt sich das I.V. beim Druck p ausdröcken durch die Formel:

$$\begin{aligned} (I_2/I_1)_p &= (I_2/I_1)_0 (1 + np - \alpha (np)^2 + \alpha^2 (np)^3 + \dots) \\ &= (I_2/I_1)_0 \left(1 + \frac{\alpha np}{1 + \alpha np} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Die empirische Konstante α ergibt sich aus dem Sättigungswert $(I_2/I_1)_\infty$:

$$\alpha = \frac{(I_2/I_1)_0}{(I_2/I_1)_\infty - (I_2/I_1)_0}. \quad (6)$$

Aus der mittels (5) und (6) berechneten GröÖe von n läßt sich wegen $Z_2/Z_1 = np$ (mit $Z_2 = N_f \cdot \bar{v} \cdot q_f$ und $Z_1 = (I_2/I_1)_0 \cdot 1/\tau$) der Querschnitt q_f berechnen:

$$q_f = n \cdot p \frac{Z_1}{N_f \cdot \bar{v}} = 3,0 \frac{(I_2/I_1)_0}{\bar{v}} \cdot 10^{-10} \text{ cm}^2. \quad (7)$$

N_f ist die Anzahl der Fremdgasatome im cm^3 . In der mittleren gaskinetischen Relativgeschwindigkeit $|\bar{v}| = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$ ist für μ das resultierende Atomgewicht der Stoßpartner einzusetzen.

Gleichung (5) läßt sich zur Berechnung von n mit Erfolg sicher nur auf die Resonanzstellen bei $8,1$ und $10,4 \cdot 10^3$ Orsted anwenden. Dagegen stellt die Vielfachheit der miteinander in Wechselwirkung tretenden Terme bei den übrigen Resonanzfeldern die Anwendbarkeit von Gleichung (5) stark in Frage.

Tabelle 3 stellt daher die Ergebnisse dieses Auswertungsverfahrens nur für die beiden letzten Resonanzmaxima dar.

Mit $n = 37,5$ bei $8,1 \cdot 10^3$ Orsted und $n = 24,8$ bei $10,4 \cdot 10^3$ Orsted wird die Abhängigkeit des I.V. vom Fremdgasdruck mit einer Genauigkeit wiedergegeben, die einem mittleren (absoluten) Fehler von weniger als 2% in der Bestimmung von I_2/I_1 entspricht. Da alle drei Edelgase innerhalb der Meßgenauigkeit dasselbe Verhalten zeigen, folgt daraus Konstanz von $q_f/\sqrt{\mu}$, unabhängig von der Art des benutzten Edelgases. Damit ist die oben ausgesprochene Vermutung für den Edelgasquerschnitt bei Stößen

zweiter Art exakt bestätigt. Es ist anzunehmen, daß auch die übrigen Edelgase sich in diese Gesetzmäßigkeit einreihen lassen. Physikalisch besagt diese Beziehung nichts anderes, als daß sich die verschiedenen Edelgasatome hinsichtlich ihrer Einwirkung auf ein angeregtes Hg-Atom nicht spezifisch unterscheiden. In dem Stoßzahlansatz wird die kleinere Relativgeschwindigkeit der schweren Edelgasatome durch eine entsprechend längere Dauer der Wechselwirkung und damit einen größeren Stoßquerschnitt ausgeglichen. Wie ein Vergleich zwischen q_f und dem in fremdgasfreiem Hg-Dampf gemessenen Querschnitten q zeigt, sind diese etwa 1000mal

Tabelle 3. Die Fremdgasquerschnitte q_f (in cm^2) bei 8,1 und $10,4 \cdot 10^3$ Ørsted.

$q_f \cdot 10^{15}$ \ Ø	8120	10400 Ørsted
He \rightarrow Hg	7,9	3,7
A \rightarrow Hg	23,0	10,6
X \rightarrow Hg	35,5	16,4
$q_f / \sqrt{\mu}$	4,0	1,85

größer als q_f . Das entspricht durchaus der Vorstellung von der wesentlich größeren Wirkungssphäre arteigener Atome. Die Querschnitte q_f nähern sich den von Zemansky¹⁾ aus der Druckverbreiterung der Resonanzlinie 2537 Å ermittelten Werten für die optischen Wirkungsquerschnitte. Aus der Verschiedenheit der bei 8,1 und $10,4 \cdot 10^3$ Ørsted ermittelten q_f

geht hervor, daß die Wahrscheinlichkeit für einen Stoß zweiter Art selbst wieder von dem Betrag an kinetischer Energie abhängt, die das Fremdatom zur Überbrückung des Energiesprungs im angeregten Hg-Atom in diesem Falle aufzunehmen hat. Der Wirkungsradius beim Stoß zwischen einem angeregten Hg- und einem Fremdgasatom unterliegt seinerseits wieder dem Gesetz von Kallmann und London (l. c.): $W(r) \sim h \cdot Ar$, wobei hier die Wechselwirkung zwischen den Stoßpartnern elektrostatischer Natur ist.

Zusammenfassung.

Die Anordnung von Schütz zur Bestimmung von Wirkungsquerschnitten bei Resonanzstößen zweiter Art im angeregten Hg-Dampf erfährt in der vorliegenden Arbeit eine methodische Verbesserung, indem die primäre Resonanzstrahlung einer Filterung nach dem Verfahren von Mrozowski unterzogen wird. Als geeignetes Meßinstrument für die geringen Lichtintensitäten erweist sich der mit einer Sensibilisierungsvorrichtung versehene Sturmsche Spitzenzähler.

¹⁾ Die Werte für die optischen Stoßquerschnitte sind nach M. W. Zemansky (Phys. Rev. **36**, 219, 1930): $q_{\text{He}} = 4,7$ und $q_{\text{A}} = 19,4 \cdot 10^{-15} \text{ cm}^2$. Sie liegen zwischen den oben gefundenen Fremdgasquerschnitten bei den zwei höchsten Resonanzfeldern.

Die angegebene Versuchsanordnung gestattet auf magnetischem Weg eine Neubestimmung der Hyperfeinstruktur der Hg-Resonanzlinie 2537 \AA an Hand ihres von Inglis berechneten Zeeman-Effektes. Es ergibt sich weitgehende Übereinstimmung mit dem Strukturbild von Schüler und Keyston.

Bei Resonanzanregung durch die kurzwelligste Hyperfeinstrukturkomponente werden nach dem Schützchen Auswertungsverfahren Wirkungsquerschnitte von einem bis zu 3000fachen Betrag des gaskinetischen Wertes ermittelt. Die Empfindlichkeit des angeregten Hg-Atoms gegenüber der in einem Stoß zweiter Art zum Ausdruck kommenden Energieübertragung nimmt mit zunehmender Verstimmung der atomaren Resonatoren stark ab. Aus der Art der Abhängigkeit wird auf eine ausschließlich optische Wechselwirkung der Hg-Atome im Resonanzzustand geschlossen.

Die zur Kontrolle unter Variation des Hg-Dampfdruckes im Resonanzgefäß durchgeführten Versuche führen zu derselben Größe der Wirkungsquerschnitte und lassen gleichzeitig die Grenzen der Anwendbarkeit der zu ihrer Berechnung herangezogenen Formel von Schütz erkennen.

Schließlich werden noch Fremdgasstöße in den Kreis der Betrachtungen gezogen. Die hier auftretenden Wirkungsquerschnitte sind von der Größenordnung der von Zemansky gemessenen optischen Stoßquerschnitte. Sie sind ebenfalls — in Übereinstimmung mit den Vorstellungen von Kallmann und London — von dem beim Stoß umzusetzenden Betrag an kinetischer Energie abhängig.

Vorstehende Arbeit wurde auf Anregung und unter Leitung von Herrn Prof. Dr. W. Schütz im Physikalischen Institut der Universität München ausgeführt. Für die Förderung der Arbeit bin ich meinen Lehrern, Herrn Prof. Dr. W. Gerlach und Herrn Prof. Dr. W. Schütz zu aufrichtigem Dank verpflichtet. Insbesondere danke ich Herrn Prof. Schütz für das stetige Interesse an dem Fortgang der Untersuchungen und für viele wertvolle Diskussionen zur Klärung der Ergebnisse.

Der Helmholtz-Gesellschaft habe ich für Überlassung eines Elektromagneten zu danken. Die verwendeten Edelgase wurde in dankenswerter Weise von der Gesellschaft Lindes Eismaschinen kostenlos zur Verfügung gestellt.

München, Physikalisches Institut der Universität.

(Mitteilung aus dem Physikalischen Institut der Königl. Ungarischen Universität für technische und Wirtschaftswissenschaften.)

Rotationsanalyse des $a^3\Pi \rightarrow X^1\Sigma$ -CO-Bandensystems.

Von L. Gerö in Budapest.

(Eingegangen am 23. Februar 1938.)

Die Banden (0, 0), (0, 1), (0, 2), (0, 3), (1, 3), (1, 4) und (2, 5) des $a^3\Pi \rightarrow X^1\Sigma$ -Interkombinations-Bandensystems von Kohlenoxyd werden in der Emission aufgenommen und einer Rotationsanalyse unterworfen.

Wie in einer vorläufigen Mitteilung¹⁾ schon angegeben wurde, gelang es im hiesigen Institut, die sogenannten Cameron-Banden des CO-Moleküls in Emission mit solcher Lichtstärke und Auflösung zu photographieren, daß sie die Durchführung einer Rotationsanalyse gestatteten.

Als Lichtquelle diente ein end-on aufgestelltes Geissler-Rohr von etwa 1,5 cm Durchmesser und 50 cm Länge aus Duranglas mit Quarzfenster. Die beiden Elektroden bestanden aus Graphitrohren, die mit Quarz umhüllt wurden, um die Glaswände vor der heftigen Entladung zu schützen. In einer seitlichen Verlängerung des Rohres war noch ein kleines Quarzgefäß mit Bariummagnesiumpulver angebracht, das mittels einer Wolframspirale elektrisch erhitzt werden konnte, ferner in einer anderen Verlängerung trockenes KClO_3 -Pulver. Das Rohr wurde ausgepumpt, die Elektroden, Glaswände usw. durch Erhitzen sorgfältig entgast, mit Neongas von ungefähr $2 \sim 3$ mm Druck gefüllt und dann abgeschmolzen. Die noch vorhandenen Verunreinigungen wurden durch Erhitzen des kleinen Bariumofens beseitigt, bis die Entladung, die mit 6000 Volt, 500 mA Wechselstrom gespeist wurde, die charakteristische rote Neonfarbe annahm und im Handspektroskop die N_2 -Banden und auch die Angström-Banden des CO völlig verschwanden. Die noch zurückgebliebene winzige CO-Menge reichte nun eben aus, um die Cameronbanden anzuregen; die anderen CO-Bandensysteme, z. B. das sehr störend wirkende IV. Pos.-System, hatten dabei eine verhältnismäßig kleine Intensität. Nach einem Betrieb von einigen Stunden wurde aber auch diese kleine CO-Verunreinigung adsorbiert und das Spektrum enthielt nunmehr Neonlinien; darum mußte von Zeit zu Zeit eine kleine Menge Sauerstoff durch behutsames Erhitzen des KClO_3 erzeugt werden, die mit der Kohle der Elektroden dann CO bildete.

¹⁾ R. Schmid, L. Gerö, Naturwissensch. **50**, 90, 1937.

$0 \rightarrow 0$

K	$P_1(K)$	$Q_1(K)$	$R_1(K)$
4	48415.21		
5	407.55*		
6	399.30	48418.57	
7	390.14	413.37	
8	381.08	407.55*	
9	371.46	401.02	48431.64
10		394.62	427.70
11		386.65	422.75
12		378.62	418.57
13		369.54	
14		360.72	
15		350.73	

K	$P_2(K)$	$Q_2(K)$	$R_2(K)$
0			48478.91*
1			481.17*
2		48473.67	483.54*
3		472.12	485.21*
4	48456.73*	469.75	486.86*
5	450.36	467.49	487.37*
6	444.00	464.18	487.37*
7	437.06	460.77	487.37*
8	429.55	456.73*	486.86*
9	422.23	452.08	485.21*
10	413.37	447.24	483.54*
11	404.44	441.63	481.17*
12	394.62	435.83	478.91*
13	385.55	429.55	
14	374.90		
15	364.18		
16	353.12		

K	$P_3(K)$	$Q_3(K)$	$R_3(K)$
7		48503.87	
8		502.34	
9		499.94	
10		497.42	
11		494.55	
12		491.42	

 $0 \rightarrow 1$

K	$P_1(K)$	$Q_1(K)$	$R_1(K)$
4		46273.21*	
5		270.52*	
6		266.48	
7		262.36*	46285.56*
8		256.31	282.99

 $0 \rightarrow 1$

K	$P_1(K)$	$Q_1(K)$	$R_1(K)$
9		46250.34	46279.97*
10		243.68*	277.10
11		236.13*	273.41*
12		228.65	268.64
13	46178.11	220.36	264.01
14	165.92	211.34	258.04
15	153.56	202.31	252.07*
16	140.59	192.34	245.22*
17	126.90	182.15*	238.49
18		171.10	230.13
19		159.69	222.71
20		148.04	214.68*
21		135.56	205.23*
22		123.05	

K	$P_2(K)$	$Q_2(K)$	$R_2(K)$
0			46325.94*
1		46321.33	328.50*
2		320.99	330.79*
3		319.40	332.43*
4	46304.60	317.38	334.25*
5	298.21	315.06	335.11*
6	291.62*	312.24	335.11*
7	285.56*	309.04	335.11*
8	277.91	305.02	335.11*
9	270.52*	301.04	334.25*
10	262.36*	296.34	332.43*
11	253.95	291.62*	330.79*
12	245.22*	285.56*	328.50*
13	236.13*	279.97*	325.94*
14	226.00	273.41*	323.17
15	216.02	266.48	
16	205.23*	259.17	
17	194.05	252.07*	
18	182.15*	243.68*	

K	$P_3(K)$	$Q_3(K)$	$R_3(K)$
3		46354.94*	
4		354.94*	
5		354.12	
6		352.98	
7		351.91	
8		350.43	
9		348.53	
10		346.53	
11		344.13	
12		341.30	
13		338.31	

$0 \rightarrow 2$

K	$P_1 (K)$	$Q_1 (K)$	$R_1 (K)$
5		44 164,67*	
6		160,05	
7		155,80	
8		149,64	
9	44 114,92	144,78	
10	106,20	138,47	
11	095,92	131,90	
12	085,20	124,54	
13	074,35	116,89	
14	062,74	108,23	
15	050,78	099,51	
16	038,00	090,41	
17	025,16	080,38	
18	012,00	070,16	
19	43 997,66	059,19	
20		048,38	
21		036,95	

 $0 \rightarrow 3$

K	$P_1 (K)$	$Q_1 (K)$	$R_1 (K)$
0			42 087,03*
1			089,30*
2			090,86*
3		42 079,80	091,50*
4	42 065,57*	076,99*	093,18*
5	057,37	074,00	093,18*
6	051,31	070,38	091,50*
7	044,20*	065,57*	090,86*
8		060,77*	089,30*
9	026,44	055,45	087,03*
10	017,92	049,63	
11	009,36	043,03	080,97
12	41 997,71	036,54	076,99*
13		028,91	
14		021,19	
15		013,10	
16		004,89	
17		41 995,00	

K	$P_2 (K)$	$Q_2 (K)$	$R_2 (K)$
0			44 218,60
1		44 215,20	221,40
2		213,97	223,69*
3		212,39	225,82*
4		210,65	227,35*
5		208,50	228,52*
6	44 185,58*	205,86	
7	179,33	202,77	
8	172,26	199,45	
9	164,67*	195,41	228,52*
10		190,70	227,35*
11		185,58*	225,82*
12			223,69*

K	$P_2 (K)$	$Q_2 (K)$	$R_2 (K)$
0			42 127,41
1		42 123,72	130,27*
2	42 116,43*	123,06	132,54*
3	111,85	121,49*	134,58*
4	106,90	119,96	136,64*
5	101,46	117,92	137,67*
6	095,41	115,61	138,79*
7	089,30*	112,70	139,06*
8	082,81*	109,47	139,06*
9	075,71	106,05*	139,06*
10	068,49	101,97	138,79*
11	060,77*	097,63	137,67*
12	052,58	093,18	136,64*
13	044,20*	087,85	134,58*
14	036,54*	082,81*	132,54*
15		076,99*	

K	$P_3 (K)$	$Q_3 (K)$	$R_3 (K)$
1			44 256,85
2		44 249,39*	260,16
3		249,39*	263,38
4			266,24
5			269,61
6		247,37	272,26
7		246,41	275,18
8		244,81	277,12
9		243,22	279,06
10		241,48	280,47
11		239,25	282,12
12		236,94	283,85*
13		234,08	283,85*
14		231,32	283,85*

K	$P_3 (K)$	$Q_3 (K)$	$R_3 (K)$
2			42 167,74
3		42 156,70*	171,80
4	42 140,62	156,70*	174,95
5	137,67*	156,70*	177,85
6	134,58	156,70*	180,47
7	130,27*		183,85
8	126,35	154,96	186,89
9	121,49*	153,70	188,72
10	116,43*	152,13	191,27
11	110,89	150,75	192,84

1 → 4

K	P_3 (K)	Q_3 (K)	R_3 (K)
12	42 106,05*	42 148,70	42 194,46
13	100,02	146,18	
14		143,85	

1 → 3

K	P_1 (K)	Q_1 (K)	R_1 (K)
7		43 780,42	43 803,84*
8		775,24	801,92
9		769,34	799,33
10		763,00	
11		756,33*	792,31
12		749,89	788,18*
13		741,19	783,85
14		732,67	778,84

K	P_2 (K)	Q_2 (K)	R_2 (K)
0			43 843,96*
1		43 839,03	845,70*
2		838,51	847,89*
3		836,91*	849,93*
4	43 822,02	835,07	851,37*
5		832,88*	
6	810,48*	830,20	852,82*
7	803,84*	827,11	852,82*
8	796,80	823,62	852,82*
9	789,35	819,77	
10	781,74*	815,51	851,37*
11	774,09	810,48	849,93*
12	765,31	805,47	847,89*
13	756,33	800,15	845,70*
14	747,09	794,48	843,06*
15	738,03	788,18*	840,37
16		781,74*	836,91*
17			832,88*

K	P_3 (K)	Q_3 (K)	R_3 (K)
8		43 868,88	
9		866,92	
10		865,24	
11		863,20	
12		860,68	
13		857,52	
14		854,41	

K	P_1 (K)	Q_1 (K)	R_1 (K)
6	41 707,62	41 721,09	41 741,56
7	700,55*	716,81	740,01*
8	692,55	711,62*	738,52*
9	682,92	706,47	736,28
10	674,26	700,55*	733,56*
11	665,17	694,08	730,21
12	655,04	687,16	726,78*
13	645,26		722,52*
14	633,63		718,10

K	P_2 (K)	Q_2 (K)	R_2 (K)
0			41 778,52
1		41 773,84*	781,34
2	41 766,44*	773,84*	783,72*
3	762,46	772,57	785,59*
4	757,58	770,91	787,37*
5	752,63*	768,81	788,92*
6	746,52	766,44*	789,62*
7	740,01*	763,42	789,62*
8	733,56*	760,25	789,62*
9	726,78*	756,76	789,62*
10	719,43	752,63	788,92*
11	711,62*	748,44	787,37*
12	703,56	743,79	785,59*
13	695,23	738,52*	783,72*
14	686,51	733,56*	782,50
15		728,09	779,79
16		722,52*	

K	P_3 (K)	Q_3 (K)	R_3 (K)
3		41 808,50*	
4		808,50*	
5		808,50*	
6		807,78	
7		806,50	
8		805,66	
9		804,25	
10		802,88	
11		800,96	
12		798,88	
13		796,52	
14		793,74	
15		790,88	

$2 \rightarrow 5$							
K	$P_1 (K)$	$Q_1 (K)$	$R_1 (K)$	K	$P_2 (K)$	$Q_2 (K)$	$R_2 (K)$
				1		41422,44	41427,18
5		41372,99	41389,30	2	41414,56	421,63	430,08
6		368,71*	388,13*	3	410,76*	420,40	433,05*
7		364,33*		4	405,43	418,55	434,53*
8		359,64*	385,99*	5	400,16*	416,33	435,80*
9		354,81*	383,38	6	394,18	413,95	436,96*
10	41315,49*	348,42	381,28*	7	388,13*	410,76*	437,36*
11	306,73	342,66*	377,72	8	381,28*	407,74	437,36*
12	296,36	334,66*	374,46*	9	374,46*	404,13	436,96*
13	285,95	327,67	369,88	10	367,02	400,16*	435,80*
14	275,53	319,54	364,33*	11	359,64*	395,90	434,53*
15	263,35	311,43	359,64*	12	351,22	391,44	433,05*
16	251,16	302,95	354,81*	13	342,66*	385,99*	431,11
17		293,36		14	334,66*	380,78	429,22
18		283,95		15		374,46*	426,01
				16	315,49*	368,71*	423,83

Das Spektrum wurde mit dem 6,5 m, 30000 Furchen/Zoll-Gitter des Institutes aufgenommen. Die Expositionsdauer war $4 \sim 48$ Stunden. Agfa-Schumann-Platten und Ilford-Double-X-Press-Platten wurden bei den Aufnahmen verwendet; als Vergleichsspektrum diente das Spektrum des Eisenbogens in Luft.

Die Banden, die wegen ausreichender Lichtstärke und nicht zu sehr störenden Überlagerungen einer Rotationsanalyse zugänglich waren, sind die folgenden: (0, 0), (0, 1), (0, 2), (0, 3), (1, 3), (1, 4) und (2, 5). Obwohl die Bande (0, 0) schon in der Absorption gemessen wurde¹⁾, erscheint es zweckmäßig, die Meßdaten derselben nochmals anzugeben. Bei der damaligen Auswertung der Darmstädter bzw. Budapester Platten der (0, 0)-Absorptionsbande zeigte sich nämlich, daß die beiden Messungen eine konstante Verschiebung von rund 2 cm^{-1} aufweisen. Es stellte sich seitdem heraus, daß die Schuld daran die benutzten Wellenlängennormalen tragen müssen. Als Normalen wurden bei den Budapester Messungen Eisenlinien-Wellenlängen benutzt, die von Burns und Walters²⁾ aus Termwerten berechnet wurden. Durch sorgfältiges Durchmustern ergab sich nun, daß die von Burns und Walters angegebenen beiden Wellenlängen 2015,293 und 2032,337 unverläßlich sind. Der Beweis dafür konnte an der Hand der ebenfalls von demselben Verfasser berechneten Cu II-Wellenlängen erbracht werden, die wegen des Kupfergehaltes unserer

¹⁾ L. Gerö, G. Herzberg, R. Schmid, Phys. Rev. **52**, 467, 1937. —

²⁾ Transactions of the International Astronomical Union, Vol. IV, 57, 1933.

Eisenelektroden auf die Platten mit aufgenommen wurden. Nach Ausmerzen des Fehlers findet nunmehr eine vollkommene Übereinstimmung mit den Darmstädter Meßdaten statt.

Die Kombinationsdifferenzen der Anfangs- bzw. Endzustände, berechnet aus sämtlichen Banden dieses Systems, stimmen gut mit den Endzustandsdifferenzen der III. Pos.- bzw. IV. Pos.-Kohlenoxydbanden überein. Eine ausführliche Diskussion der Bandenstruktur usw. ist schon in der vorhergehenden Arbeit gegeben worden.

Vorliegende Untersuchung wurde im Physikalischen Institut der Königl. Ungarischen Universität für technische und Wirtschaftswissenschaften in Budapest durchgeführt, das einen Teil seiner Ausrüstung dem Naturwissenschaftlichen Forschungsfonds und der Széchenyi-Gesellschaft verdankt und unter der Leitung des Herrn Prof. B. Pogány steht.

(Mitteilung aus dem Physikalischen Institut der Königl. Ungarischen Universität für technische und Wirtschaftswissenschaften.)

Rotationsanalyse des $c^3\Sigma^+ \rightarrow a^3\Pi$ -CO-Bandensystems.

Von L. Gerö in Budapest.

(Eingegangen am 23. Februar 1938.)

Die (0, 1)-, (0, 2)- und (0, 3)-Banden des $c^3\Sigma^+ \rightarrow a^3\Pi$ -CO-Bandensystems werden analysiert. Der $c^3\Sigma^+$ ($v = 0$)-Term liegt in der Energiehöhe von $92076,3 \text{ cm}^{-1}$ über den $X^1\Sigma^+$ ($v = 0, J = 0$)-Grundzustand und besitzt eine Rotationskonstante von $B_0 = 1,9563 \text{ cm}^{-1}$. Das Bandensystem unterliegt einer Prädissoziation in der Energiehöhe von ungefähr 11,5 Volt. Als Ursache des Wiederstarkwerdens der P -Linien der (9, 18) IV. Pos.-Bande nach der Prädissoziationsstelle bei 9,57 Volt wird die Überlagerung der (0, 1)-3 A-Bandenlinien erkannt.

In der vorangehenden Arbeit wurde eine Entladung beschrieben, in welcher die sogenannten Cameronbanden des CO-Moleküls im Verhältnis zu den anderen Bandensystemen stark angeregt werden konnten. In derselben Entladung erschienen auch die „3 A“-Banden des Kohlenoxyds mit einer ungewöhnlich großen Intensität, fast frei von störenden Überlagerungen. Dieses im Ultraviolett, zwischen $2200 \sim 2600 \text{ Å}$ liegende Bandensystem besteht bekanntlich aus einem einzigen v' -Bandenzug und hat einen gemeinsamen Endzustand mit den anderen CO-Triplettbanden, den III. Pos., Asundi- und Merton-Johnsonschen Banden: Den $a^3\Pi$ -Molekülterm. Das Bandensystem wurde in der Literatur bald für ein $3\Pi - 3\Pi$ -, bald für ein $3\Sigma - 3\Pi$ -System gehalten. Wie schon in einer vorläufigen Mitteilung¹⁾ angegeben wurde, konnte nun festgestellt werden, daß die Banden einem $c^3\Sigma^+ \rightarrow a^3\Pi$ -Übergang entsprechen.

Die Aufnahmen ermöglichten die Analyse von drei Banden des Systems: Der (0, 1)-Bande bei 2389 Å , der (0, 2) bei 2489 Å und der (0, 3) bei 2596 Å . Die Messungsergebnisse sind in den Tabellen 1 bis 3 zu finden. In allen drei Banden ließen sich die Linien in 12 — 12 Zweigen einordnen, die anderen, theoretisch möglichen Zweige sind teils zu schwach, teils von den stärkeren überlagert. Sechs Zweige, nämlich O_3, O_2, P_3, P_2, P_1 und Q_1 bilden Kanten,

¹⁾ R. Schmid u. L. Gerö, Nature **139**, 928, 1937.

Tabelle 1. $0 \rightarrow 1$.

S_1 (K)	R_1 (K)	Q_1 (K)	P_1 (K)
	41 931,33*		
	933,37		41 921,76*
41 952,26*	936,28*		916,19*
960,08*	938,94		911,22*
967,74*	942,14*		907,21*
975,80*	946,93*	41 925,91	904,47*
984,47*	952,26*	927,83*	902,34*
994,93	958,60	929,39	900,33*
12 006,34	965,82	931,33*	899,61*
018,27	974,17*	936,28*	899,61*
031,19	982,79	940,88	900,33*
044,68	992,42	946,93*	902,34*
058,88	42 002,35	953,64	904,47*
073,37	012,91	960,08*	907,21*
	024,44	967,74*	911,22*
	036,51	975,80*	916,19*
		984,47*	921,76*

R_2 (K)	Q_2 (K)	P_2 (K)	O_2 (K)
41 895,26	41 887,01*	41 882,37*	
899,61*	889,58*	880,81*	41 877,25*
905,75*	891,32*	879,00*	872,00
912,78	893,43*	877,25*	866,86*
919,98	896,47*	877,25*	861,71*
927,83*	900,33*	877,25*	857,52*
936,28*	904,47*	877,25*	854,18*
945,45	909,55*	879,00*	851,01
955,98	914,94	880,81*	848,69
964,80	921,27	882,37*	846,68*
974,17*	927,83*	884,26*	845,71*
986,92	934,90	888,71	845,71*
997,61*	942,14*	891,32*	845,71*
	950,50		845,71*

R_3 (K)	Q_3 (K)	P_3 (K)	O_3 (K)
41 880,81*	41 865,63	41 854,18*	41 846,68*
889,58*	870,39*	854,95	843,30*
898,80*	875,62	856,00	840,36*
909,55*	880,81*	857,52*	837,91*
917,77	887,01*	859,17	835,91*
927,83*	893,43*	861,71*	834,12*
938,20	898,80*	863,92	832,37*
949,04	905,75*	866,86*	831,64*
960,08*		870,39*	831,64*
972,80		874,74	831,64*
984,47		879,00*	832,37*
997,61*		884,26*	834,12*

K	R_3 (K)	Q_3 (K)	P_3 (K)	O_3 (K)
15	42 011,23		41 889,58*	41 835,91*
16	025,64		896,47*	837,91*
17	039,92		902,34*	840,36*
18	054,86		909,55*	843,30*
19	070,70			846,68*

 Tabelle 2. $0 \rightarrow 2$.

K	S_1 (K)	R_1 (K)	Q_1 (K)	P_1 (K)
0	40 253,71	40 245,77		
1	258,55	246,55		40 231,68
2	264,53	248,22*		227,39
3	272,39	251,35		223,54*
4	280,88	255,45	40 237,59*	220,48*
5	290,36*	261,37	239,05*	218,44
6	299,70*	267,03	240,83	216,08*
7	310,57	274,26	244,51*	215,47*
8	322,08	281,92	248,22*	215,47*
9	333,71	290,36	252,35*	216,08*
10	347,94	299,70	257,07	217,33
11		309,51	263,75	219,50
12		320,11	270,30	222,28*
13		332,23	277,76*	225,82
14			286,60	229,97
15			295,56	236,01
16			304,96	242,08
17				249,27

K	R_2 (K)	Q_2 (K)	P_2 (K)	O_2 (K)
1		40 202,84		
2		204,76		
3		206,44		
4		208,67*	40 192,33*	40 181,44
5		211,71	192,33*	177,15*
6		215,47*	192,33*	173,03*
7		220,48*	193,19	169,79*
8		225,82*		167,12
9		231,68*	196,74*	165,12
10		237,59*	199,36	163,41
11		244,51*	201,95*	163,09*
12		252,35*	205,49*	163,09*
13		261,37*	209,21	
14		269,70		
15		278,82		
16		287,86		
17		297,77		
18		308,44		

K	$R_3 (K)$	$Q_3 (K)$	$P_3 (K)$	$O_3 (K)$	K	$R_2 (K)$	$Q_2 (K)$	$P_2 (K)$	$O_2 (K)$
3	40 196,74*	40 180,36	40 169,09	40 161,72*	1	38 552,63*	38 545,70*	38 542,21*	
4	205,49*	185,47	169,79*	158,22*	2	558,80*	547,50	540,01*	38 534,1
5	214,03	190,57	171,16	155,58*	3	565,60*	549,42*	538,81*	530,0
6	223,54*	195,79	173,02*	153,41*	4	572,84*	552,63*	537,56	525,0
7	233,33	201,95*	174,74	151,64*	5	580,21	556,28*	536,98*	521,0
8	243,72	208,67*	177,15*	150,09*	6	588,76*	560,97*	536,98*	517,0
9	255,45	215,47*	180,10	149,34*	7	597,21	565,60*	538,81*	514,0
10	266,23	222,28*	183,59	148,77*	8	607,04	570,70	540,01*	512,0
11	277,76*	230,96	187,42	148,77*	9	617,29*	577,55*	542,21*	510,0
12		239,05*	192,33*	149,34*	10	627,30*	584,51	545,70*	509,0
13			196,74*	150,09*	11	638,45	591,83	549,42*	509,0
14			201,95*	151,64*	12	649,73*		553,52*	509,0
15				153,41*	13			558,80*	510,0
16				155,58*	14				512,0
17				158,22*					
18				161,72*					

Tabelle 3. $0 \rightarrow 3$.

K	$S_1 (K)$	$R_1 (K)$	$Q_1 (K)$	$P_1 (K)$	K	$R_3 (K)$	$Q_3 (K)$	$P_3 (K)$	$O_3 (K)$
2		38 591,83*			3	38 541,04	38 525,78*	38 513,16	38 505,8
3		595,66	38 583,35*		4	549,42*	530,22*	514,55*	502,5
4	38 625,05*	600,25*	583,35*		5	557,80	534,98*	515,65	500,0
5	634,24	605,67	584,17	38 563,33*	6	567,60	540,01*	517,59*	497,0
6	644,65	611,99*	585,78*	561,73*	7	578,57	545,70*	519,54	496,0
7	655,84*	619,17	588,76*	560,60*	8	589,47	553,52*	522,37	495,0
8	667,52	627,30*	592,81	560,60*	9	600,25*	560,97*	525,78*	494,0
9	680,08	636,06*		561,73*	10	611,99*	568,60*	529,56	494,0
10		645,61	603,66	563,33*	11	623,21	576,64	533,76	495,0
11		655,84*		565,20	12	636,06*	585,78*	538,81*	496,0
12		666,86	617,29*	568,60*	13	649,73*		544,29	497,0
13		678,66	625,05*	572,84*	14			550,37	500,0
14		689,92		577,55*	15			556,28*	502,5
15		702,57		583,35*	16				505,8

die anderen sechs: $Q_3, R_3, Q_2, R_2, R_1, S_1$ nicht¹⁾. Bei einem $^3\Sigma \rightarrow ^3\Pi$ -Übergang wären eigentlich 27 Zweige zu erwarten; da aber die Spinaufspaltung des $e^3\Sigma$ -Terms, wie aus der Analyse hervorgeht, zu vernachlässigen ist,

¹⁾ Die benutzten Zweigsymbole sind die von Dieke und Mauchly (Phys. Rev. **43**, 12, 1933), die diese Verfasser bei der Analyse des III. Pos.-CO-Systems gebrauchen. Die internationale Bezeichnung hängt mit ihnen folgendermaßen zusammen:

T_1	S_1	R_1	Q_1	P_1	S_2	R_2	Q_2	P_2	O_2	R_3	Q_3	P_3	O_3	N_3
$^T R_{31}$	$^S R_{21}$	R_1	Q_1	P_1	$^S R_{32}$	R_2	Q_2	P_2	$^O P_{12}$	R_3	Q_3	P_3	$^O P_{23}$	$^S P_{13}$
	$^S Q_{31}$	$^R Q_{21}$	$^Q P_{21}$			$^R Q_{32}$	$^Q R_{32}$	$^P Q_{12}$		$^Q R_{23}$	$^P Q_{23}$	$^O Q_{13}$		
		$^R P_{31}$					$^Q P_{12}$				$^P R_{13}$			

reduziert sich diese Zahl auf 15. Die nicht aufgefundenen Zweige sind S_2 , T_1 und N_3 .

Die Tabellen 4 bis 6 enthalten die doppelten Kombinationsdifferenzen des Anfangszustandes. Tabelle 7 gibt die Mittelwerte $\Delta_2 F(K)$ derselben wieder, nebst der Zahl (n) der Meßdaten, aus der sie berechnet wurden. Aus den $\Delta_2 F(K)$ -Werten ergibt sich die Rotationskonstante des Anfangszustandes zu $B_0 = 1.9563 \text{ cm}^{-1}$. Da der Übergang vom Endzustand der Banden zu dem Grundzustand des CO-Moleküls in den Banden $a^3\Pi \rightarrow X^1\Sigma$ bekannt ist, kann man die Energiehöhe des $c^3\Sigma$ -Zustandes auch in bezug auf den CO-Grundzustand ($v = 0$, $J = 0$) zu 92076.3 cm^{-1} bestimmen.

Tabelle 4. $0 \rightarrow 1$.

K	$S_1(K-1)$ $-Q_1(K-1)$	$R_1(K)$ $-P_1(K)$	$R_2(K)$ $-P_2(K)$	$Q_2(K+1)$ $-O_2(K+1)$	$R_3(K)$ $-P_3(K)$	$Q_3(K+1)$ $-O_3(K+1)$
1		11,61	12,89	12,33		
2		20,09	18,80	19,32		18,95
3		27,72	26,75	26,57	26,63	27,09
4		34,93	35,53	34,76	34,63	35,26
5		42,46	42,73	42,81	42,80	42,90
6	49,89	49,92	50,58	50,29	52,03	51,10
7	56,64	58,27	59,03	58,54	58,60	59,31
8	65,54	66,21	66,45	66,25	66,12	66,43
9	75,01	74,56	75,17	74,59	74,28	74,11
10	81,99	82,46	82,43	82,12	82,18	
11	90,31	90,08	89,91	89,19	89,69	
12	97,75	97,88	98,21	96,43	98,06	
13	105,24	105,70	106,29	104,79	105,47	
14	113,29	113,22			113,35	
15		120,32			121,65	
16					129,17	
17					137,58	
18					145,31	

Tabelle 5. $0 \rightarrow 2$.

K	$S_1(K-1)$ $-Q_1(K-1)$	$R_1(K)$ $-P_1(K)$	$R_2(K)$ $-P_2(K)$	$Q_2(K+1)$ $-O_2(K+1)$	$R_3(K)$ $-P_3(K)$	$Q_3(K+1)$ $-O_3(K+1)$
1		14,87				
2		20,83				18,64
3		27,81		27,23	27,65	27,25
4		34,97		34,56	35,70	34,99
5	43,29	42,93		42,44	42,87	42,38
6	51,31	50,95		50,69	50,52	50,31
7	58,87	58,79		58,70	58,59	58,58
8	66,06	66,45		66,56	66,57	66,13
9	73,86	74,28		74,18	75,35	73,51
10	81,36	82,37		81,42	82,64	82,19
11	90,87	90,01		89,26	90,34	89,71
12		97,83				
13		106,41				

Tabelle 6. $0 \rightarrow 3$.

K	$S_1(K-1)$ $-Q_1(K-1)$	$R_1(K)$ $-P_1(K)$	$R_2(K)$ $-P_2(K)$	$Q_2(K+1)$ $-O_2(K+1)$	$R_3(K)$ $-P_3(K)$	$Q_3(K+1)$ $-O_3(K+1)$
1			10,42	12,52		
2			18,79	19,20		19,92
3			26,79	26,85	27,88	27,70
4			35,28	34,68	34,87	34,95
5	41,70	42,34	43,23	43,38	42,15	42,04
6	50,07	50,26	51,78	51,05	50,01	49,54
7	58,87	58,57	58,40	58,32	59,03	58,23
8	67,08	66,70	67,03	66,95	67,10	66,31
9	74,71	74,33	75,08	74,85	74,47	73,94
10		82,28	81,60	82,17	82,43	81,35
11		90,64	89,03		89,45	89,62
12		98,26	96,21		97,25	
13		105,82			105,44	
14		112,47				
15		119,22				

Tabelle 7. $J_2 F(K)$ -Mittelwerte, gebildet aus n Daten.
 $e^3\Sigma^+, v=0$.

K	$J_2 F(K)$	n	K	$J_2 F(K)$	n	K	$J_2 F(K)$	n
1	12,44	6	7	58,55	17	13	105,65	8
2	19,39	9	8	66,47	17	14	113,08	4
3	27,22	13	9	74,49	17	15	120,40	3
4	35,01	13	10	82,07	15	16	129,17	1
5	42,65	16	11	89,87	14	17	137,58	1
6	50,61	17	12	97,54	9	18	145,31	1

Die Kombinationsdifferenzen der Endzustände stimmen mit den der entsprechenden III. Pos.-Banden gut überein, woraus einerseits auf die richtige Einordnung der Banden und Bandenlinien, andererseits auf den Σ^+ -Charakter des Anfangszustandes zu schließen ist.

Es wurde schon erwähnt¹⁾, daß der Anfangsterm $e^3\Sigma^+$ einer Prädissoziation unterliegen muß. Erstens besteht nämlich das Bandensystem aus einem einzigen e' -Bandenzug mit $v=0$, zweitens sind die einzelnen Banden immer — auch an den am stärksten ausexponierten Platten — ziemlich kurz und scheinen schroff abgebrochen zu sein in einer Entfernung vom Kopfgebiet, die ungefähr 10 Å beträgt, während bei etwa gleicher Schwärzung der Platten die meisten anderen CO-Banden eine Ausdehnung von $50 \sim 100$ Å haben.

¹⁾ R. Schmid, Phys. ZS. **37**, 55, 1936.

Leider läßt sich wegen Überlagerungen die genaue Rotationsquantenzahl der Abbruchstellen in keinem Zweige sicherstellen. Es darf aber behauptet werden, daß die Rotationsterme nirgends die Grenze überschreiten, bei der die Zweige der Herzberg-Banden stark geschwächt werden¹⁾. Laut Dissoziationsschema des Kohlenoxyds liegt bei dieser Energiehöhe die Atomtermkombination $C(^1S) + O(^1D)$. Die aus dieser Kombination entstehenden Molekülterme bewirken die beobachteten Abschwächungseffekte an den Herzberg- und 3 A-Banden.

Die letzten beobachteten Linien des R_3 -Zweiges der (0,1)-3 A-Bande liegen eben in der Gegend, wo die Prädissoziation im P -Zweig der (9,18) IV. Pos.-CO-Bande beobachtet wurde²⁾. Die einwandfreie Existenz dieser Prädissoziation wurde bezweifelt, weil an der Reproduktion der (9,18)-Bande (Fig. 1 der zitierten Arbeit) die P -Zweiglinien nach der Abschwächungsstelle wieder ziemlich stark zu werden scheinen. Es stellt sich aber bei der Analyse der (0,1)-3 A-Bande heraus, daß dieses Wiederstarkwerden von Überlagerungen der 3 A-Bandenlinien vorgetäuscht wird. Tabelle 8 enthält die diesbezüglichen Beobachtungsergebnisse.

Tabelle 8. Überlagerung der (9,18) IV. Pos.- und (0,1)-3 A-Bandenlinien.

(9,18) IV. Pos.-Bande $P(J)$	Beobachtung	(0,1) 3 A-Bande $R_3(K)$
$P(22)$	Normale Intensität	
$P(23)$	Abgeschwächte Intensität, Prädissoziation	
$P(24)$	" "	
$P(25)$	Größere Intensität, fast völlige Überlagerung	$R_3(17)$
$P(26)$	Große Intensität, vollkommene Überlagerung	$R_3(16)$
$P(27)$	Kleiner werdende Intensität, schon unvollkommene Überlagerung	$R_3(15)$
$P(28)$	Kleine Intensität	

Vorliegende Untersuchung wurde im Physikalischen Institut der Königl. Ungarischen Universität für technische und Wirtschaftswissenschaften in Budapest durchgeführt. Das Institut verdankt einen Teil seiner Ausrüstung dem Naturwissenschaftlichen Forschungsfonds und der Széchenyi-Gesellschaft und steht unter der Leitung des Herrn Prof. B. Pogány.

¹⁾ R. Schmid u. L. Gerö, ZS. f. Phys. **96**, 546, 1935. — ²⁾ L. Gerö, ZS. f. Phys. **100**, 374, 1936.

(Mitteilung aus dem Physikalischen Institut der Königl. Ungarischen Universität für technische und Wirtschaftswissenschaften.)

Rotationsanalyse von $a' {}^3\Sigma^+ \rightarrow a {}^3\Pi$ -Banden des CO.

Von L. Gerö in Budapest.

Mit 2 Abbildungen. (Eingegangen am 23. Februar 1938.)

Die Rotationsanalyse der (30, 1)- und (34, 0)- $a' {}^3\Sigma^+ \rightarrow a {}^3\Pi$ -Banden des CO wird durchgeführt. Die Anfangsterme liegen in der Energiehöhe von 83 708 bzw. 85 933 cm^{-1} über den $X {}^1\Sigma$ ($v = 0, J = 0$)-Grundzustand. Ihre Rotationskonstanten sind $B_{30} = 0,83$ und $B_{34} = 0,75 \text{ cm}^{-1}$. Die Spinaufspaltungen betragen im Mittel an den ${}^3\Sigma$ -Termen: $F_1 - F_2 = 0,80$ bzw. $1,05 \text{ cm}^{-1}$, $F_2 - F_3 = -1,08$ bzw. $-1,43 \text{ cm}^{-1}$. Die Anfangstermen werden von den $b {}^3\Sigma^+$, $v = 0$ - und $v = 1$ -Termen gestört; die entsprechenden Störungen wurden auch in den III. Pos.-Banden gefunden.

Im vorigen Jahre wurde in den Naturwissenschaften¹⁾ von einigen rot-abschattierten CO-Banden berichtet, die bei gewissen Entladungsbedingungen vor den Köpfen der III. Pos.-CO-Banden zum Vorschein kommen. Laut einer zweiten kurzen Mitteilung²⁾ entspricht das neue Bandensystem einem ${}^3\Sigma \rightarrow {}^3\Pi$ -Übergang, dessen Endzustand identisch mit dem gemeinsamen $a {}^3\Pi$ -Endzustand aller CO-Triplettsysteme ist; es wurde dort auch die Vermutung ausgesprochen, daß der provisorisch als $f {}^3\Sigma$ benannte Anfangszustand dieser Banden vielleicht identisch mit den höherliegenden Vibrationsniveaus des bekannten $a' {}^3\Sigma$ -Zustandes sein könnte.

An den Spektralplatten, die zwecks anderer Untersuchungen³⁾ aufgenommen wurden — als Lichtquelle diente dabei eine Geissler-Entladung durch Neongas zwischen Kohleelektroden, in der Anwesenheit von sehr wenig Sauerstoff — erschienen auch diese Banden mit verhältnismäßig großer Intensität, so daß die Durchführung einer Rotationsanalyse möglich wurde. Der Umstand, daß vor jedem der III. Pos.-Banden mit $v' = 0$ in etwa gleicher Entfernung eine Bande Platz nimmt, legt die Vermutung nahe, daß diese Banden einen gemeinsamen Anfangszustand haben und ihre Endzustände dieselben sind, wie der Endzustand derjenigen III. Pos.-Bande, vor der sie stehen. Die Bande aber, die vor dem Kopfe der (1, 0)-III. Pos.-Bande sich befindet, muß einen anderen Anfangszustand besitzen.

¹⁾ R. Schmid u. L. Gerö, Naturwissensch. **25**, 90, 1937. — ²⁾ R. Schmid u. L. Gerö, Nature **140**, 508, 1937. — ³⁾ Siehe die voranstehenden zwei Arbeiten S. 204 und S. 210.

Bei einem ${}^3\Sigma \rightarrow {}^3H$ -Übergang können 27 Zweige auftreten; fast alle wurden in der Tat gefunden, nur von den schwächsten Satellitzweigen mit $\Delta K = 3$ fehlen einige. Die Analyse der beiden stärksten Banden, bei ungefähr 2670 und 2980 Å, vor den (1, 0)- bzw. (0, 1)-III. Pos.-Banden, ist in den Tabellen 1 bis 6 aufgeführt. Die Zweige sind mit den internationalen Zweigsymbolen bezeichnet, aber als Rotationsquantenzahl wurde statt J hier K gewählt, um mit der Analyse der III. Pos., 3 A- und Cameron-Banden im Einklang zu bleiben. Die Endzustand-Kombinationsdifferenzen stimmen ausgezeichnet mit denen der entsprechenden III. Pos. usw. Banden

 Tabelle 1. $a' {}^3\Sigma^+ \rightarrow a {}^3H_0$, (30, 1).

K	$P_1(K)$	$Q_1(K)$	${}^Q P_{2,1}(K)$	$R_1(K)$	${}^R Q_{2,1}(K)$	${}^S R_{2,1}(K)$	${}^S Q_{3,1}(K)$
0				33 547,82			
1	33 538,25	33 542,37	33 541,70	545,85	33 545,20	33 551,70	33 552,54
2	531,62	537,69	536,90	542,37	541,70	550,73	551,70
3	523,70	531,62	530,63	537,69	536,90	547,82	549,00
4	514,49	523,70	522,94	531,62	530,63	543,09	543,69
5	503,65	514,49	513,83	523,70	522,94	536,90	538,25
6	491,32	503,65	503,06	514,49	513,83	529,42	530,63
7	477,43	491,32	490,88	504,14	503,06	519,94	
8	461,79	477,43	476,63	491,32	490,88		
9	444,40	461,79	460,93	477,43	476,63		
10	425,94	444,40	443,57	461,79	460,93		
11	405,66	425,94	425,29	444,40	443,57		
12	383,61	405,66	404,83	425,94	425,29		
13	360,70	383,61	382,55	405,66	404,83		
14	335,49	359,78	358,49	383,61	382,55		
15	307,89	334,28	332,86	359,78	358,49		
16		307,00		334,28	332,86		
17		278,08					

 Tabelle 2. $a' {}^3\Sigma^+ \rightarrow a {}^3H_1$, (30, 1).

K	${}^Q P_{1,2}(K)$	${}^P Q_{1,2}(K)$	$P_2(K)$	${}^Q R_{1,2}(K)$ ${}^Q P_{3,2}(K)$	$Q_2(K)$	$R_2(K)$	${}^R Q_{3,2}(K)$	${}^S R_{3,2}(K)$
1			33 505,12		33 508,20	33 512,80		33 517,98
2			500,69		505,12	511,71		517,16
3			494,87		500,69	508,20	33 504,14	514,49
4			486,73		494,87	503,65	498,63	510,68
5		33 467,82	477,43	33 487,44	486,73	497,90	491,32	505,12
6	33 444,40	455,69	466,98	478,39	477,43	490,88	482,32	497,90
7	428,95	441,57	454,61	467,82	466,77	481,54	471,72	487,44
8			440,97	455,69	454,61	470,83		
9	411,58	425,94	425,29	441,57	440,43	457,37	458,58	476,63
10	392,93	408,72	407,61	425,29	423,99	443,57	444,40	464,36
11	372,00	389,32	388,58	407,61	406,77	427,45	428,95	450,07
12	349,14	368,10	367,48	388,58	387,07	409,35	410,98	
13			344,60	367,48	365,71	389,32		
14				344,60	342,74			

überein und beweisen damit die Richtigkeit der Zuordnung und Analyse. Es stellt sich auch heraus, daß die Anfangsterme $^3\Sigma^+$ -Terme sind.

Die Zahlenwerte der Spinaufspaltungen der Anfangszustände können durch Subtrahieren entsprechender Zweige ermittelt werden. Bezeichnet man nämlich üblicherweise die Terme, die zu demselben K gehören, durch $F_1(K=J+1)$, $F_2(K=J)$ und $F_3(K=J-1)$, so ist die Spinaufspaltung: $F_1(K) - F_2(K) = Q_1(K) - {}^Q P_{21}(K) = R_1(K) - {}^R Q_{21}(K) = {}^P Q_{12}(K) - P_2(K) = {}^O Q_{13}(K) - {}^O P_{23}(K)$ und ähnlichweise

Tabelle 3. $a' {}^3\Sigma^+ \rightarrow a {}^3H_2$, (30, 1).

K	${}^N P_{13}(K)$	${}^O Q_{13}(K)$	${}^O P_{23}(K)$	${}^P Q_{23}(K)$	$P_3(K)$	${}^Q R_{23}(K)$	$Q_3(K)$	$R_3(K)$
3		33464,36	33463,57	33468,79	33469,95	33474,23	33475,38	33482,32
4		457,37	456,36	463,57	464,94	470,83	471,72	481,54
5		449,04	448,57	456,36	457,37	465,57	466,77	477,43
6	33431,71	438,97	438,36	447,55	449,04	458,02	459,26	471,72
7	417,48	427,45	425,94	436,32	437,73	448,57	450,07	464,36
8			411,58	423,99	425,29	437,73	438,97	454,61
9			395,39	409,35	410,33	424,55	425,94	443,06
10			377,43	392,93	394,03	409,35	410,98	429,64
11			357,34	374,37	375,41	392,93	394,03	414,37
12			335,49	354,00	354,90	374,37	375,41	397,20
13				332,26	332,86		354,90	377,43
14				307,89	309,05		332,26	
15				281,83	283,08		307,89	
16							281,83	

Tabelle 4. $a' {}^3\Sigma^+ \rightarrow a {}^3H_0$, (34, 0).

K	$P_1(K)$	$Q_1(K)$	${}^Q P_{21}(K)$	$R_1(K)$	${}^R Q_{21}(K)$	${}^R P_{31}(K)$	${}^S R_{21}(K)$	${}^S Q_{31}(K)$	${}^T R_{31}(K)$
0				37439,25	37438,26	37440,15			
1	37431,50	37436,04	37434,17	438,26	437,15	439,25			
2	426,10	431,50	430,59	436,04		436,57			
3	418,01	425,60	424,52	431,50	430,59	432,05			
4	408,95	418,01	417,39	425,60	424,52	426,10	37437,15	37438,26	
5	398,02	408,68	407,08	418,01	417,39		430,59	432,05	
6	385,67	398,02	396,65	408,68	407,08	408,95	424,52	426,10	
7	370,90	385,67	383,94	398,02	396,65	398,40	414,72	416,10	37431,50
8	356,17	370,90	369,29	385,67	383,94		402,65	404,52	426,10
9	338,52	355,51	353,89	370,90	370,12	371,64	388,87		
10	319,48	337,32	336,94	353,89			373,02	374,73	
11	298,47	317,49		335,38	334,42	335,84	356,17	357,24	
12	274,91	295,14	293,62	314,54			336,94	338,52	
13	249,69	271,08		291,67	291,03		314,54		
14	222,37	244,97	243,52	267,02	265,89		291,03		
15	192,98	216,84	216,07	240,21			265,89	267,02	
16	161,54	186,75		211,17					
17				180,32	179,64				

Tabelle 5. $a' {}^3\Sigma^+ \rightarrow a {}^3H_1$, (34, 0).

K	${}^oP_{12}(K)$	${}^pQ_{12}(K)$	$P_2(K)$	$\frac{{}^oR_{12}(K)}{{}^oP_{32}(K)}$	$Q_2(K)$	$R_2(K)$	${}^RQ_{32}(K)$	${}^SR_{32}(K)$
1			37395,47		37398,02	37401,56	37402,65	
2	37391,07		391,07	37398,02	396,65	401,56	402,65	37412,31
3	383,94		385,67	394,48	393,58	400,16	401,56	410,95
4	374,73		379,36	388,87	388,31	396,65	398,02	408,95
5	364,23	37372,27	371,64	381,90	381,11	391,80	393,58	405,92
6	352,09	361,96	361,01	373,02	372,27	385,67		400,16
7	338,52	349,83	349,25	363,03	361,96	375,94	376,86	391,80
8	322,81	336,94	335,38	350,37	349,25	364,23	365,88	381,90
9	305,53	320,50	319,48	335,38	334,42	351,42	352,09	370,12
10	286,19	301,78	301,41	318,39	317,49	335,84	336,94	355,51
11	264,90	281,78	281,25	299,49	298,47	318,39	319,48	338,52
12	241,74	259,63	259,12		277,64	298,47	299,49	
13	216,07	P*	P		254,44	P	P	
14		208,74	208,52		229,26	252,77	254,44	
15		180,32	179,64		201,73	226,46	227,76	
16					172,38	198,27		
17						168,28		

* Perturbation.

Tabelle 6. $a' {}^3\Sigma^+ \rightarrow a {}^3H_2$, (34, 0).

K	${}^oQ_{13}(K)$	${}^oP_{23}(K)$	${}^pQ_{23}(K)$	$P_3(K)$	${}^oR_{23}(K)$	$Q_3(K)$	$R_3(K)$
3			37364,23	37365,88	37369,29		37379,36
4			358,23	359,43	365,88		376,86
5			351,42	352,09	359,96	37361,01	372,27
6			341,92	342,65	352,09	353,89	366,43
7	37320,50	37319,84	331,18	332,10	342,65	344,62	358,23
8		305,53	318,39	319,48	332,10	333,36	349,25
9		289,46	303,55	304,15	318,39	319,84	335,84
10		271,08	286,19	287,47	303,55	304,15	321,78
11		250,59	267,02	268,08		286,19	305,53
12		227,76	245,88	246,67	264,90	265,89	286,19
13		203,04	222,37	223,00	241,74	243,52	264,90
14				197,15		218,91	241,74
15			168,28	169,16	189,97	192,09	216,07
16					161,54	163,24	

$F_2(K) - F_3(K) = {}^sR_{21}(K) - {}^sQ_{31}(K) = R_2(K) - {}^RQ_{32}(K) = {}^pQ_{23}(K) - P_3(K) = {}^oR_{23}(K) - Q_3(K)$. Wenn man diese Zahlenwerte berechnet, bemerkt man, daß sie von K fast unabhängig sind. Die Mittelwerte der Aufspaltungen der Anfangsterme in den beiden analysierten Banden sind:

	2980 Å	2670 Å
$F_1 - F_2$	0,80 cm ⁻¹	1,05 cm ⁻¹
$F_2 - F_3$	— 1,08	— 1,43

Bei dem höher liegenden Term sind also die Spinaufspaltungen beträchtlich größer. Die Reihenfolge der Termkomponenten ist: $F_3 > F_1 > F_2$.

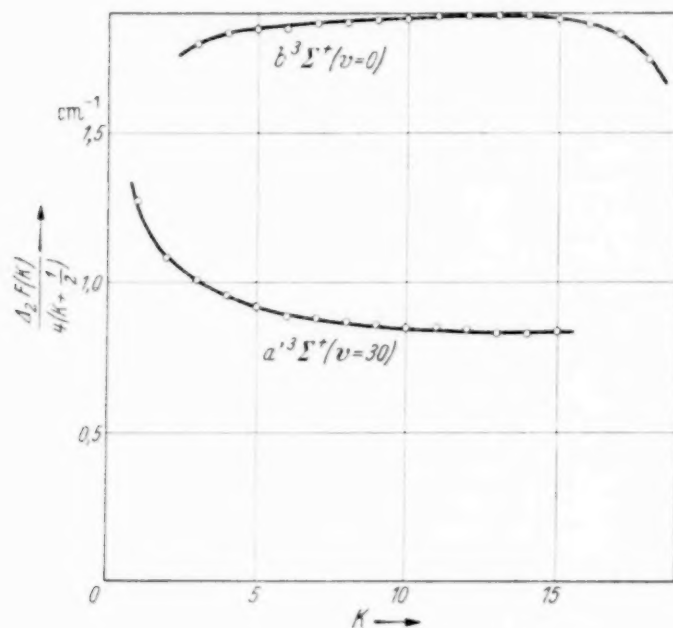


Fig. 1.

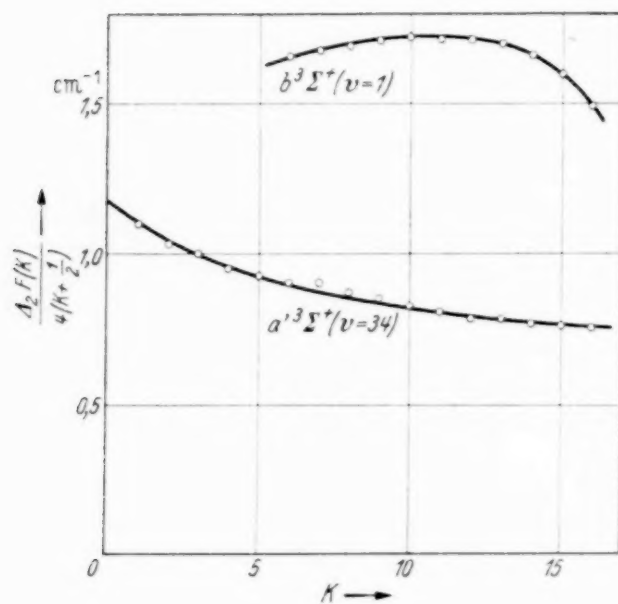


Fig. 2.

ungestörten B -Werte ablesen; man erhält 0.83 und 0.75 cm^{-1} . Extrapoliert man auf Grund dieser Konstanten und der Terme mit den höchsten Rotationsquantenzahlen auf $K = 0$, so erhält man, als „ungestörte“ Nullagen der Anfangstermfolgen, 83708 und 85933 cm^{-1} .

Die doppelten Anfangszustand - Kombinationsdifferenzen sind in den Tabellen 7 und 8 aufgeführt. Sie stimmen ziemlich gut miteinander überein. In den vorletzten Spalten der Tabellen findet man ihre Mittelwerte. Diese wurden mit $4(K + 1/2)$ dividiert und das Ergebnis in den letzten Spalten aufgenommen. Man sollte in dieser Weise eigentlich die Rotationskonstanten der Anfangsterme erhalten. Wie man sich aber von Fig. 1 und 2 überzeugen kann, sind diese $\frac{\Delta_2 F(K)}{4(K + 1/2)}$ -Werte keineswegs unabhängig von K , sondern nehmen gegen $K = 0$ stark zu. Diese Tatsache weist auf Störungen hin, die in der Gegend von $K = 0$ von anderen $^3\Sigma^+$ -Termen verursacht werden. Bei höheren K -Quantenzahlen, wo diese Störungen schon abgeklungen zu sein scheinen, kann man die

K	${}^S R_{2,1}(K-1)$ $- {}^Q P_{2,1}(K-1)$	$R_1(K)$ $- P_1(K)$	${}^S R_{3,2}(K-1)$ $- {}^Q P_{3,2}(K-1)$	$R_2(K)$ $- P_2(K)$	${}^Q R_{1,2}(K+1)$ $- {}^Q P_{1,2}(K+1)$	$R_3(K)$ $- P_3(K)$	${}^Q R_{2,3}(K+1)$ $- {}^Q P_{2,3}(K+1)$	${}^P R_{1,3}(K+2)$ $- {}^A P_{1,3}(K+2)$	${}^1_2 F(K)$	${}^1_2 F(K)$ $+ (K+1/2)$
1		7,60		7,68					7,64	1,2733
2	10,00	10,75		11,02			10,66		10,61	1,0610
3	13,83	13,99		13,33		12,37	14,47		13,75	0,9821
4	17,19	17,13		16,92		16,60	17,00	17,33	16,86	0,9367
5	20,15	20,05		20,47		20,06	19,66	20,25	20,10	0,9136
6	23,07	23,17	23,24	23,90	23,42	22,68	22,63		23,17	0,8908
7	26,36	26,71	26,73	26,93	26,74	26,63	26,15		26,61	0,8870
8	29,06	29,53	30,08	29,86	29,99	29,32	29,16		29,57	0,8697
9		33,03	31,75	32,08	33,36	32,73	31,92		32,48	0,8547
10		35,85	35,06	35,96	35,61	35,61	35,59		35,61	0,8479
11		38,74	39,07	38,87	39,44	38,96	38,88		38,99	0,8476
12		42,33	42,46	41,87		42,30	42,24		42,24	0,8448
13		44,96		44,72		44,57	44,75		44,75	0,8287
14		48,12					48,12		48,12	0,8297
15		51,89					51,89		51,89	0,8369

 Tabelle 8. Kombinationsdifferenzen des $a' {}^3\Sigma^+(v=34)$ -Zustandes.

K	${}^T R_{3,1}(K-2)$ $- {}^R P_{3,1}(K-2)$	${}^S R_{2,1}(K-1)$ $- {}^Q P_{2,1}(K-1)$	$R_1(K)$ $- P_1(K)$	${}^S R_{3,2}(K-1)$ $- {}^Q P_{3,2}(K-1)$	$R_2(K)$ $- P_2(K)$	${}^Q R_{1,2}(K+1)$ $- {}^Q P_{1,2}(K+1)$	$R_3(K)$ $- P_3(K)$	${}^Q R_{2,3}(K+1)$ $- {}^Q P_{2,3}(K+1)$	${}^1_2 F(K)$	${}^1_2 F(K)$ $+ (K+1/2)$
1			6,76		6,09	6,95			6,60	1,1000
2			9,94		10,49	10,54			10,32	1,0320
3			13,49	14,29	14,49	14,14	13,48		13,98	0,9986
4			16,65	16,47	17,29	17,67	17,43		17,10	0,9500
5	19,76		19,99	20,08	20,16	20,93	20,18	22,81	20,18	0,9173
6	23,51		23,01	24,02	24,66	24,51	23,78	26,57	23,47	0,9027
7	27,87		27,12	27,14	26,69	27,56	26,13	28,93	27,01	0,9003
8	30,78		29,50	28,77	28,85	29,85	29,77	32,47	29,63	0,8715
9	33,36		32,38	31,53	31,94	32,20	31,69		32,33	0,8508
10	34,98	33,10	34,41	34,74	34,43	34,59	34,31		34,63	0,8245
11	36,08		36,91	37,12	37,14		37,45	37,14	36,97	0,8037
12			39,63	39,03	39,35		39,52	38,70	39,25	0,7850
13	43,32		41,98				41,90		42,40	0,7852
14			44,65		44,25		44,59		44,50	0,7672
15	47,51		47,23		46,82		46,91		47,12	0,7600
16	49,82		49,63						49,73	0,7535

Wenn man diese Termhöhen, ferner die soeben bestimmten Rotationskonstanten mit denen des $a' {}^3\Sigma^+$ -Zustandes vergleicht, bemerkt man, daß eine ziemlich gute Übereinstimmung mit den Vibrationstermen $r = 30$ bei 83650 cm^{-1} und $r = 34$ bei 85865 cm^{-1} stattfindet¹⁾. Auch die Rotationskonstanten $B_{30} = 0,845$ bzw. $B_{34} = 0,720$ stehen zu den hier bestimmten Werten sehr nahe. Da diese Zahlen allein aus Störungen berechnet werden konnten, mag die Übereinstimmung als genug gut angesehen werden, um die Feststellung machen zu dürfen, daß die Anfangszustände der hier untersuchten Banden identisch mit den höheren Vibrationstermen des $a' {}^3\Sigma$ -Elektronenzustandes sind.

Wie man aus Fig. 3 der oben zitierten Arbeit sieht, sind die Anfangszustände der hier analysierten Banden eben diese Vibrationsterme des $a' {}^3\Sigma$ -Zustandes, die unmittelbar unter der $b {}^3\Sigma^+$, $r = 0$ bzw. $r = 1$ -Termen liegen. Dadurch läßt sich einerseits erklären, daß alle diese Banden im Spektrum gerade vor den Köpfen des III. Pos.-CO-Systems sich befinden, andererseits können aber auch die gefundenen Störungen jetzt in der einfachsten Weise gedeutet werden. Zwei gleichartige Terme — hier ${}^3\Sigma^+$ — können sich ja derart stören, daß sie die Nullagen voneinander um ungefähr mit dem gleichen Betrag, aber in entgegengesetztem Sinne, wegschieben. Ebendies geschieht auch hier; wenn man nämlich die $\frac{A_2 F(K)}{4(K + 1/2)}$ -Werte aus den doppelten Anfangszustand-Kombinationsdifferenzen der III. Pos.-Banden berechnet und sie in der Fig. 1 und 2 aufträgt, sieht man, daß der Einfluß der Terme aufeinander gegenseitig und fast gleich groß ist.

Vorliegende Untersuchung wurde im Physikalischen Institut der Königl. Ungarischen Universität für technische und Wirtschaftswissenschaften in Budapest durchgeführt, das einen Teil seiner Ausrüstung dem Naturwissenschaftlichen Forschungsfonds und der Széchenyi-Gesellschaft verdankt und unter der Leitung des Herrn Prof. B. Pogány steht.

¹⁾ Siehe R. Schmid u. L. Gerö, ZS. f. Phys. **105**, 36, 1937. Wegen der r -Numerierung siehe ZS. f. Phys. **106**, 205, 1937.

Die Linienbreite der HCN-Banden.

Von **Einar Lindholm** in Stockholm.

Mit 6 Abbildungen. (Eingegangen am 26. Februar 1938.)

Im folgenden werden genaue Messungen der Linienbreiten der photographisch infraroten Rotationsschwingungsbanden von HCN mitgeteilt, welche zeigen, daß die Halbwertsbreiten stark J -abhängig sind. Es werden theoretische Ausdrücke der Halbwertsbreiten abgeleitet und mit den experimentellen Ergebnissen verglichen. Hierbei ist HCN als ein Gemisch von Gasen betrachtet worden, wovon jedes durch einen bestimmten Quantenzustand J und den davon abhängigen optischen Durchmesser gekennzeichnet ist. Die Stoßdämpfungsformel wurde darum für ein solches Gasgemisch verallgemeinert. Diese ist dann mit Londons Formeln für intermolekulare Kräfte kombiniert worden. Die Einwirkung der angeregten Kernschwingungszustände auf die Linienbreite ist berücksichtigt worden. Die J -abhängige Linienverbreiterung beruht im ungefähr gleichen Maße auf Richteffekt und Resonanz zwischen benachbarten Rotationsniveaus. Hierfür wird die Bezeichnung *Rotationsresonanz* eingeführt, weil sie mit dem früheren in der Theorie der Linienverbreiterungen verwendeten Ausdruck „Resonanz“ nicht vollkommen identisch ist.

Die Rotationsschwingungsbande von HCN bei 10380 \AA ist früher wegen der J -abhängigen Linienverbreiterung¹⁾ Gegenstand mehrerer Messungen gewesen. Die Meßgenauigkeit ist aber wegen der kleinen Dispersion und des großen Korns der Platten gering gewesen. Im Zusammenhang mit einer früheren Arbeit des Verfassers über HCN²⁾ sind die Banden bei 8563 \AA und 7912 \AA mit großer Dispersion und verhältnismäßig feinkörnigen Platten neu aufgenommen worden, wodurch eine größere Genauigkeit erreicht ist.

Experimentelles.

Die Aufnahmen sind in einem $6,5 \text{ m}$ -Konkavgitter mit der Dispersion $1,8 \text{ \AA/mm}$ gemacht. Die Absorptionsstrecke war 41 m , die Drucke 580, 400 und 250 mm . Als Platten wurden Agfa 800 und Agfa 850 verwendet. Die besten Platten wurden in einem Registrierphotometer von Siegbahnkonstruktion mit Übersetzung $1:15$ photometriert. Die Halbwertsbreiten der P -Linien wurden mit Millimeterskala auf den Registrierkurven gemessen. (Die R -Linien wurden nicht gemessen, weil sie zu dicht liegen.) Die Ergebnisse gehen aus den Fig. 1, 2, 3, 4 und 5 hervor. Die zuverlässigsten

¹⁾ G. Herzberg u. J. W. T. Spinks, Proc. Roy. Soc. London (A) **147**, 434, 1934; S. D. Cornell, Phys. Rev. **51**, 739, 1937. — ²⁾ E. Lindholm, ZS. f. Phys. **108**, 454, 1938.

Messungen sind in den Fig. 1, 2 und 3 enthalten. Die Fig. 4 und 5 sind wegen Plattenfehler weniger genau. Man sieht, daß die Linienbreiten der beiden Banden 7912 Å und 8363 Å innerhalb der Versuchsfehler übereinstimmen.

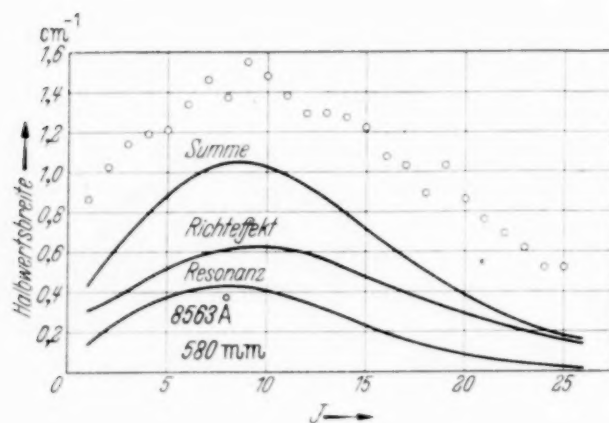


Fig. 1.

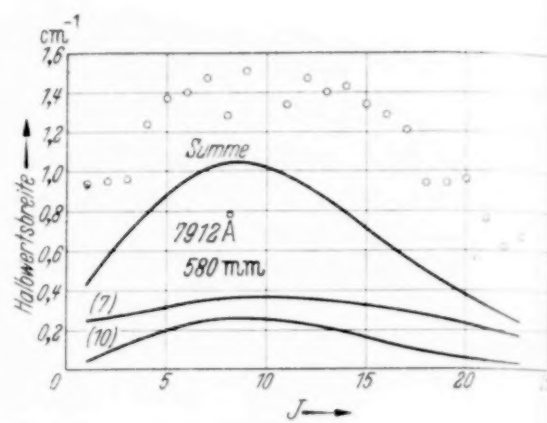


Fig. 4.

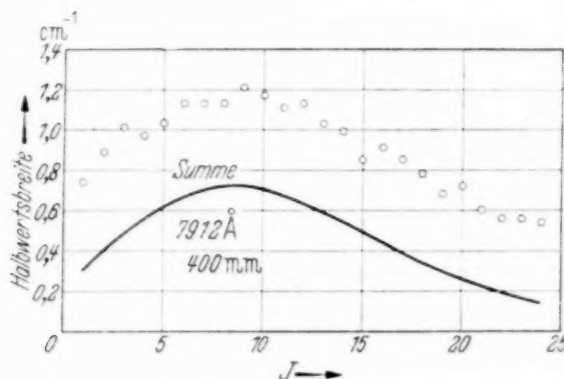


Fig. 2.

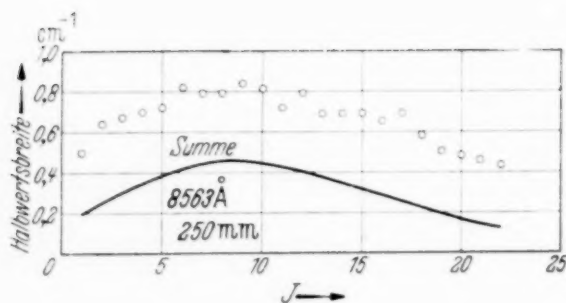


Fig. 3.

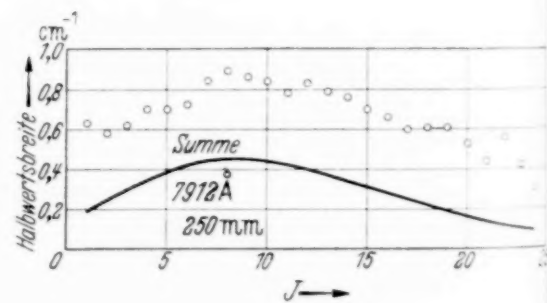


Fig. 5.

Die Kreise geben die beobachteten Halbwertsbreiten an. Auf alle Figuren ist die Summe:

$$(\Delta v_{1/2})_{\text{Richteffekt}} + (\Delta v_{1/2})_{\text{Resonanz}}$$

als Kurve eingetragen. Die beiden anderen Kurven auf Fig. 1 sind $(\Delta v_{1/2})_{\text{Richteffekt}}$ und $(\Delta v_{1/2})_{\text{Resonanz}}$, und diejenigen auf Fig. 4 zeigen die beiden Beiträge zum $(\Delta v_{1/2})_{\text{Richteffekt}}$, die von (7) und (10) herrühren.

Auf jeder Platte wurde außerdem zur Bestimmung der Schwärzungskurve eine Aufnahme in einem Plangitter mit Stufenspalt gemacht. Aus dieser ging hervor, daß trotz der langen Absorptionsstrecke die maximale

Absorption nur etwa 10% betrug, woraus folgt, daß Reduktion auf unendlich kurze Absorptionsstrecke unnötig ist, und daß die Schwärzungskurve innerhalb dieses kleinen Gebietes als linear betrachtet werden kann, was die Messung der Photogramme erleichtert.

Theoretisches.

Die starke J -Abhängigkeit der Linienverbreiterung beim HCN ist früher von Watson und Margenau und von Cornell¹⁾ theoretisch behandelt worden. Sie finden, daß diese hauptsächlich auf den Richteffect von London²⁾ zurückzuführen ist. Genauere Rechnungen zeigen aber, daß der Richteffect allein nicht hinreichend ist, um die starke Variation mit J zu erklären, sondern man muß außerdem die Resonanzerscheinungen zwischen zwei Molekülen berücksichtigen, für die die Rotationsquantenzahlen sich um Eins unterscheiden (London, l. c.), und es zeigt sich, daß die beiden Ursachen von ungefähr derselben Bedeutung sind.

Übersicht. Von den Formeln, die für quantitative Behandlung der Linienverbreiterungen verwendet worden sind, hat Lorentz's Stoßdämpfungsformel in Weisskopfs Modifikation³⁾ die beste Übereinstimmung mit den Messungen ergeben. Es ist aber klar, daß diese Formel höchstens Resultate richtiger Größenordnung geben kann. Die vorliegende Arbeit beabsichtigt, die Stoßdämpfungsformel mit den Ausdrücken für die intermolekularen Kräfte zu kombinieren und so einen Vergleich mit den Messungen zu ermöglichen.

Lorentz-Weisskopfs Theorie setzt voraus, daß nur je zwei Moleküle aufeinander einwirken, wodurch man den optischen Durchmesser berechnen kann. Wenn ein absorbierendes Molekül mit der Rotationsquantenzahl J

¹⁾ W. W. Watson u. H. Margenau, Phys. Rev. **51**, 48, 1937; S. D. Cornell, l. c. — ²⁾ F. London, ZS. f. Phys. **63**, 245, 1930. — ³⁾ V. Weisskopf, ZS. f. Phys. **75**, 298, 1932. Vgl. den zusammenfassenden Bericht von H. Margenau u. W. W. Watson, Rev. Mod. Phys. **8**, 40, 1936 — W. Fursow u. A. Wlassow (Phys. ZS. d. Sowjetunion **10**, 378, 1936) haben die Stoßdämpfungsformeln im Resonanzfalle einer Kritik unterzogen und berechnen den optischen Durchmesser in einer neuen Weise. Diese Kritik trifft natürlich nicht die Rotationsresonanz (siehe unten), denn hier gibt es praktisch keine Resonanz zwischen dem oberen und dem unteren Zustand. Deshalb kann man bei der Rotationsresonanz den optischen Durchmesser nach ihrer Methode nicht berechnen. — Die hier vorhandene Resonanz zwischen benachbarten Rotationszuständen verursacht nach den Verfassern eine verkleinerte Lebensdauer der Rotationszustände und Unschärfe der Rotationsniveaus. Ihre Berechnungen der Unschärfe sind aber mit der Berechnung des optischen Durchmessers eng verknüpft, woraus folgt, daß wir für HCN diese Berechnungen nicht verwenden können.

in die Nähe eines Moleküls mit der Rotationsquantenzahl J' kommt, so ist der optische Durchmesser von J und J' abhängig. Es ist daher zweckmäßig, das HCN als ein Gemisch verschiedener Gase zu betrachten, die durch die Rotationsquantenzahl J und den darauf beruhenden optischen Durchmesser gekennzeichnet sind.

Die Störungsenergie zwischen zwei Molekülen im Abstand R hat nach London die Form:

$$\epsilon = \frac{a}{R^3} + \frac{b}{R^6} + \dots$$

Der Dispersionseffekt Londons liefert einen Beitrag zum $1/R^6$ -Glied. Aber dieser Beitrag kann keine J -abhängige Linienverbreiterung verursachen, warum wir ihn im folgenden vernachlässigen. Natürlich werden die so berechneten Linienbreiten kleiner als die gemessenen, denn es dürfte hauptsächlich dieser Effekt allein sein, der z. B. die recht beträchtliche Breite der Absorptionslinien von C_2H_2 verursacht.

Für Moleküle mit festem Dipolmoment, die sich in relativ großer Entfernung befinden, muß man zwei Fälle unterscheiden:

$J' - J \neq \pm 1$: Der Richteffekt Londons liefert einen Beitrag zum $1/R^6$ -Glied, welcher J -abhängig wird.

$J' - J = \pm 1$: Resonanz tritt auf und verursacht eine Energiestörung erster Ordnung, die einen Beitrag zum $1/R^3$ -Glied liefert. Die sogenannte unscharfe Entartung liefert einen Beitrag zum $1/R^6$ -Glied.

Nehmen wir an, daß das absorbierende Molekül vor der Absorption sich im Kernschwingungsgrundzustand befindet und die Rotationsquantenzahl J hat. Nehmen wir weiter an, daß in der Nähe desselben sich ein störendes Molekül befindet, das ebenfalls im Grundzustand der Kernschwingung ist und die Rotationsquantenzahl J' hat. (Wir machen die vereinfachende Annahme, daß alle störenden Moleküle sich im Grundzustand befinden, weil nur 6 % von ihnen sich in angeregten Vibrationsniveaus befinden.) Nennen wir den Unterschied der Rotationsquantenzahlen $\Delta (= J' - J)$. Nach der Absorption befindet sich das erste Molekül in einem höheren Kernschwingungszustand und hat die Rotationsquantenzahl $J - 1$, wenn der Übergang einer P -Linie entspricht. (Wir berücksichtigen nur den P -Zweig, weil die Messungen da ausgeführt sind.) Der Unterschied der Rotationsquantenzahlen ist nun also $\Delta + 1$.

Wenn Δ auch weiterhin den Unterschied der Rotationsquantenzahlen im Grundzustand bedeutet, treten daher für $\Delta = +1$ und für $\Delta = -1$ im Grundzustand Resonanz und im oberen Zustand Richteffekt auf. Für $\Delta = 0$ und für $\Delta = -2$ erhalten wir im Grundzustand Richteffekt und

im oberen Zustand Resonanz. Diese Fälle behandeln wir unten unter der Rubrik „Resonanz“. Für alle anderen Δ -Werte erhalten wir Richteffekt sowohl im oberen als auch im unteren Zustand, und diese Fälle behandeln wir unter „Richteffekt“.

Bei den folgenden Rechnungen treten mehrmals Komplikationen für kleine Rotationsquantenzahlen (hauptsächlich für $J = 0$ und $J = 1$) auf, was darauf beruht, daß jetzt die Konstanten etwas abweichende Werte erhalten. Diese kleinen Abweichungen lassen wir aber unberücksichtigt.

Die Stoßdämpfungsformeln. Lorentz' Stoßdämpfungsformel

$$\Delta \nu_{1/2} = q^2 \cdot \bar{v} \cdot n_1$$

gilt für ein homogenes Gas. Dabei bedeuten $\Delta \nu_{1/2}$ die Halbwertsbreite, q den optischen Durchmesser, \bar{v} die mittlere relative Geschwindigkeit und n_1 die Zahl der Moleküle in der Volumeneinheit. Für ein Gemisch, das Moleküle mit derselben Masse, aber mit verschiedenem q enthält (n_{1i} Moleküle in der Volumeneinheit mit dem optischen Durchmesser q_i), können wir die Formel leicht etwas verallgemeinern:

$$\Delta \nu_{1/2} = \bar{v} \cdot \sum_i n_{1i} \cdot q_i^2. \quad (1)$$

Nach Weisskopf (l.c.) berechnen wir die optischen Durchmesser in folgenden vier Fällen:

1. Wenn das absorbierende Molekül von einem störenden Molekül in der Entfernung R durch Richteffekt beeinflusst wird, ist die Energiestörung im unteren bzw. oberen Zustand

$$\Delta E_1 = \frac{b_1 h}{R^6} \quad \text{und} \quad \Delta E_2 = \frac{b_2 h}{R^6}$$

und

$$\Delta r = \frac{b}{R^6}.$$

Hieraus berechnet Weisskopf

$$q \simeq \sqrt[5]{\frac{3\pi^2}{4} \cdot \frac{b}{v}}.$$

2. Bei Resonanz erhalten wir analog

$$\Delta r = \pm \frac{B}{R^3}$$

und

$$q \simeq \sqrt[5]{\frac{4\pi B}{v}}. \quad (2)$$

3. Wenn das absorbierende Molekül im unteren Zustand durch Resonanz und im oberen Zustand durch Richteffekt beeinflusst wird, erhalten wir

$$\Delta r = \frac{b}{R^6} \pm \frac{B}{R^3}, \quad (3)$$

und wir erhalten q als die Wurzeln q_+ und q_- der beiden Gleichungen

$$\left| \frac{3\pi^2 b}{4\bar{v}} \cdot \frac{1}{q^5} \pm \frac{4\pi B}{\bar{v}} \cdot \frac{1}{q^2} \right| = 1. \quad (4)$$

Im Falle von mehreren Wurzeln kann man praktisch nur der größten eine Bedeutung zuschreiben.

4. Wenn das absorbierende Molekül im unteren Zustand durch Richteffekt und im oberen durch Resonanz beeinflusst wird, erhalten wir dieselben Gleichungen wie im Falle 3.

Wenn wir die Ausdrücke für q in (1) einsetzen, und dabei berücksichtigen, daß bei Resonanz Anziehung und Abstoßung gleich wahrscheinlich sind und daß der Fall 2 nach dem oben Gesagten nicht vorkommen kann, so erhalten wir:

$$\Delta r_{1/2} = 2.2 \cdot (r)^{3/5} \cdot \sum_i b_i^{2/5} \cdot n_{1i} + \bar{v} \cdot \sum_k n_{1k} \frac{q_{k+}^2 + q_{k-}^2}{2}, \quad (5)$$

wo die Summen über alle Arten störender Moleküle zu erstrecken sind. Wir behandeln jede Summe für sich.

Richteffekt. Die allgemeine Formel für Berechnung der Energiestörung ist Londons (l. c.) Formel (7), die wir schreiben können

$$\epsilon_{k,l} = -\frac{6}{R^6} \mathfrak{M} \sum'_{k'l'} \frac{|\mu_{z_{kk'}}|^2 |\mu_{z_{ll'}}|^2}{E_{k'} + E_{l'} - E_k - E_l},$$

wo $\epsilon_{k,l}$ die Störungsenergie zweiter Ordnung ist, welche die Wechselwirkung eines Moleküls im Zustand k mit einem anderen im Zustand l beschreibt. Σ' besagt, daß Summanden mit verschwindendem Nenner wegzulassen sind, und \mathfrak{M} bedeutet Mittelwertbildung über alle Orientierungen der Moleküle. $\mu_{z_{kk'}}$ bezeichnet das Matricelement der z -Komponente des Momentes, wobei die z -Achse durch die beiden Moleküle geht. Bei der Ausführung der Summierung ist es hinreichend, nur solche Niveaus zu berücksichtigen, daß k und k' bzw. l und l' zu denselben Kernschwingungszuständen gehören.

Wenn bei der Berechnung der Störungsenergie das eine Molekül zu einem angeregten Kernschwingungszustand gehört, dann entspricht $\mu_{z_{ll'}}$ dem Übergang von einem Rotationsniveau zu einem anderen in diesem

Kernschwingungszustand, und man kann zeigen, daß es praktisch genommen gleich dem Matrixelement für den Übergang zwischen den zwei entsprechenden Rotationsniveaus im Grundzustand ist¹⁾. Also berechnet man die Störungsenergien im oberen und im unteren Zustand mit derselben Formel, die nur vom permanenten Dipolmoment abhängig ist.

Wir können daher das HCN-Molekül als einen starren Dipol betrachten und Londons (l. c.) Formel (26) verwenden, welche mit guter Näherung²⁾ geschrieben werden kann:

$$\epsilon_{J,J'} = \frac{1}{R^6} \cdot \frac{4\pi^2 \mu^4 A}{3h^2 (\Delta^2 - 1)}, \quad (6)$$

wo $\epsilon_{J,J'}$ die Störungsenergie zwischen zwei Molekülen mit den Rotationsquantenzahlen J und J' ist, und $\Delta = J' - J$, μ ist das permanente Dipolmoment und A das Trägheitsmoment. Für P -Linien erhalten wir

$$b = \frac{4\pi^2 \mu^4 A}{3h^3} \left[\frac{1}{(\Delta + 1)^2 - 1} - \frac{1}{\Delta^2 - 1} \right]$$

und

$$(\Delta r_{1/2})_{\text{Richteffekt}}^J = 2,2 \cdot (\bar{v})^{3/5} \cdot \left(\frac{4\pi^2 \mu^4 A}{3h^3} \right)^{2/5} \cdot \frac{N_1}{\sum_{J'=0}^{\infty} w_{J'}} \cdot \sum_{J'=0}^{\infty} w_{J'} \left[\frac{1}{(\Delta + 1)^2 - 1} - \frac{1}{\Delta^2 - 1} \right]^{2/5}, \quad (7)$$

wo N_1 die Gesamtzahl der Moleküle per cm^3 ist, Σ' bedeutet, daß alle Parenthesen mit einem verschwindenden Nenner wegzulassen sind, und

$$w_{J'} = (2J' + 1) \cdot e^{-\frac{hc B J'(J' + 1)}{kT}}.$$

Wenn man für HCN die Rechnungen unter Verwendung der Konstanten $\mu = 2,65 \cdot 10^{-18}$, $\bar{v} = 67560$, $N_1 = 1,937 \cdot 10^{19}$ und $A = 18,70 \cdot 10^{-40}$ durchführt, muß man in der Summe Σ' die 20 oder 30 tiefsten Rotationsniveaus berücksichtigen. Weil wir unten (10) noch einen Beitrag zum $(\Delta r_{1/2})_{\text{Richteffekt}}$ erhalten, diskutieren wir die Ergebnisse dort.

Resonanz. Die Berechnung der Energiestörung x , die von Resonanz [$J' - J = \pm 1$] verursacht wird, geschieht mittels folgender Formel (London l. c., S. 274)

$$x = -\frac{1}{2} \left(\frac{a_1^2}{\epsilon_1} + \frac{a_2^2}{\epsilon_2} + \frac{a_3^2}{\epsilon_3} \right) \frac{1}{R^6} \pm \frac{a_4}{R^3}. \quad (8)$$

¹⁾ D. M. Dennison, Rev. Mod. Phys. **3**, 308, 1931. — ²⁾ Für große J -Werte stimmt die Formel asymptotisch. Für kleine J -Werte erhält man etwas zu kleine Werte. So z. B. erhält man für $J = 1$ und $J' = 3$ nur 86% vom richtigen Wert und für $J = 2$ und $J' = 4$ nur 92%. Für $J = J'$ stimmt die Formel exakt.

Hier bedeutet

$$a_i = R^3 \sqrt{V_{3i}^2 + V_{3i-1}^2 + V_{3i-2}^2},$$

wo die V Matricelemente sind¹⁾. ϵ_1 , ϵ_2 und ϵ_3 sind Energiedifferenzen, die von den Rotationsquantenzahlen abhängig sind. Wir berechnen die Matricelemente.

Die Eigenfunktion eines HCN-Moleküls, das als linear vorausgesetzt wird, ist

$$\psi_{JMV} = \psi_J^M \cdot \psi_V,$$

wo $\psi_J^M = N(J, M) \cdot P_J^M(\cos \Theta) \cdot e^{iM\varphi}$ [$N(J, M)$ normalisierender Faktor] und wo ψ_V den Vibrationszustand beschreibt. Wir nehmen an, daß zwei Moleküle mit den Funktionen $\psi_{J+1, M, V}$ und $\psi_{J, N, V'}$ einander stören. Die Störungsenergie ist

$$V = \frac{\mu(1) \cdot \mu(2)}{R^3} \cdot [\sin \Theta_1 \sin \Theta_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) - 2 \cos \Theta_1 \cos \Theta_2],$$

wo $\mu(1)$ und $\mu(2)$ die Momente als Funktionen der Kernschwingungskordinaten sind.

Wir können nun die Matricelemente nach London (l. c., S. 271) berechnen, wobei wir die Rechnungen dadurch etwas verallgemeinern, daß wir die Schwingungen des Moleküls berücksichtigen. Wenn wir die Wechselwirkung zwischen Schwingung und Rotation vernachlässigen, erhalten wir im allgemeinen (wenn die Vibrationsquantenzahlen V und V' verschieden sind) 25 entartete Eigenfunktionen (London hat 13) und 24 Matricelemente, von denen je zwei den 12 Matricelementen von London entsprechen. Wenn wir z. B. die beiden Matricelemente berechnen, die Londons V_1 entsprechen, erhalten wir

$$\begin{aligned} V_1' &= \int \psi_{J+1}^M(1) \cdot \psi_V(1) \cdot \psi_J^N(2) \cdot \psi_{V'}(2) \\ &\quad \cdot V \cdot \psi_{J+2}^M(1) \cdot \psi_V(1) \cdot \psi_{J+1}^N(2) \cdot \psi_{V'}(2) \cdot d\tau, \\ V_1'' &= \int \psi_{J+1}^M(1) \cdot \psi_V(1) \cdot \psi_J^N(2) \cdot \psi_{V'}(2) \\ &\quad \cdot V \cdot \psi_{J+2}^M(1) \cdot \psi_{V'}(1) \cdot \psi_{J+1}^N(2) \cdot \psi_V(2) \cdot d\tau. \end{aligned}$$

¹⁾ Hierbei sind die Moleküle durch Angabe von m und n von vornherein auch in ihrer Orientierung vorgegeben. Natürlich kann man die Rechnungen auch durchführen, ohne m und n zu fixieren. Man erhält dann eine große Determinante, welche der von H. Margenau u. D. T. Warren (Phys. Rev. **51**, 748, 1937) behandelten analog ist, und aus welcher man einen quadratischen Mittelwert der Energiestörung berechnen kann. Anstatt der Konstante 2,52 erhält man 2,45.

In V'_1 ist der Ausdruck

$$\int \psi_V(1) \cdot \mu(1) \cdot \psi_{V'}(1) \cdot d\tau_1 \cdot \int \psi_{V''}(2) \cdot \mu(2) \cdot \psi_{V'}(2) \cdot d\tau_2 = \mu^2$$

als Faktor enthalten, wodurch V'_1 von den Vibrationsquantenzahlen unabhängig wird. Wir sehen, daß V'_1 der Intensität eines Rotationsüberganges proportional wird.

In V''_1 ist der Ausdruck

$$\int \psi_V(1) \cdot \mu(1) \cdot \psi_{V''}(1) \cdot d\tau_1 \cdot \int \psi_V(2) \cdot \mu(2) \cdot \psi_{V'}(2) \cdot d\tau_2 \quad (9)$$

als Faktor enthalten, welcher der Intensität des Kernschwingungsüberganges ($V - V'$) proportional ist.

Die Banden, bei denen die Messungen ausgeführt worden sind, sind sehr schwach, so daß wir V''_1 im Vergleich mit V'_1 vernachlässigen können. Analoges gilt für die anderen Matrixelemente.

Wenn die Kernschwingungsquantenzahlen V und V' gleich sind, gelten natürlich Londons Formeln für die Matrixelemente unverändert.

Also müssen wir zwei Arten von Resonanz unterscheiden: *Resonanz* in gewöhnlicher Bedeutung findet zwischen denjenigen Energiezuständen statt, die dem emittierten oder absorbierten Licht entsprechen. Beispiele hierfür sind die Eigendruckverbreiterungen von Hg und Na. Die Linienbreite wird dann dem f -Wert der betreffenden Linie proportional. *Rotationsresonanz* findet zwischen zwei benachbarten Rotationsniveaus statt und kann nur in Molekülspektren auftreten. Die Linienbreite hat in diesem Falle mit dem f -Wert der betreffenden Linie nichts zu tun.

Im Rotationsschwingungsspektrum eines linearen Moleküls wie HCN treten sowohl Resonanz (Matrixelement: V''_1) als auch Rotationsresonanz (Matrixelement: V'_1) auf, aber wegen des kleinen f -Wertes kann man die Resonanz vernachlässigen (siehe Fig. 6).

Wenn man die Wechselwirkung zwischen Schwingung und Rotation berücksichtigt, werden die Verhältnisse komplizierter. Die Schwingung verursacht nämlich eine Vergrößerung des Trägheitsmoments des Moleküls, wodurch die Rotationsresonanz unscharf wird. Wir deuten an, wie man die Rechnungen in den Fällen $A = 0$ und $A = -2$ durchführt, wo Rotationsresonanz eintritt, wenn das eine Molekül sich im Grundzustand und das andere sich in einem angeregten Schwingungszustand befinden.

Die Gleichung (36) (London l. c.) können wir für großes R schreiben:

$$R^6 \cdot x = - \left(\frac{a_1^2}{\epsilon_1} + \frac{a_2^2}{\epsilon_2} + \frac{a_3^2}{\epsilon_3} \right) + \frac{a_4^2}{x - \epsilon_4},$$

wo in diesem Falle

$$\epsilon_4 = 2hc(B' - B'')(J + 1).$$

Wenn man über die Orientierungen mittelt und nach x auflöst, erhält man einen zu (11) analogen Ausdruck, der aber eine Wurzel enthält. Wenn man diesen Ausdruck mit (6) kombiniert, in Weisskopfs Gleichung

$$\int 2\pi \Delta r dt = 1$$

einsetzt und graphisch integriert, kann man q berechnen. Es zeigt sich, daß der optische Durchmesser nur wenig von der Rotationsresonanz abhängt, weshalb wir diese vernachlässigen können¹⁾. Also erhalten wir noch einen Beitrag zum $(\Delta r_{1/2})_{\text{Richtereffekt}}$:

$$(\Delta r_{1/2})_{\text{Richtereffekt}}^J = \bar{v} \cdot \frac{N_1}{\sum_{J'=0}^{\infty} w_{J'}} \cdot [w_J \cdot 4,78 \cdot 10^{-14} + w_{J-2} \cdot 3,43 \cdot 10^{-14}]. \quad (10)$$

Dieser Beitrag hat eine viel größere J -Abhängigkeit als der Beitrag (7), was aus der Fig. 4 ersichtlich ist. Die Summe der beiden Beiträge ist in

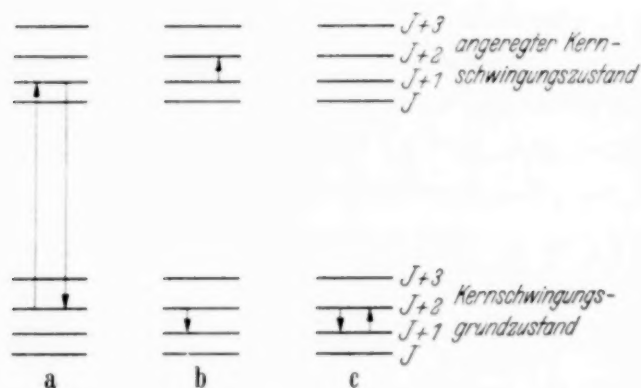


Fig. 6a zeigt die Resonanz in gewöhnlicher Bedeutung, die nach (9) wegen der kleinen Übergangswahrscheinlichkeit vernachlässigt werden kann. Fig. 6b zeigt die eine Form der Rotationsresonanz, die deshalb vernachlässigt werden kann, weil die beiden Energiedifferenzen wegen der Veränderung des B -Wertes nicht gleich groß sind. Fig. 6c zeigt die andere Form der Rotationsresonanz, die die einzige Form der Resonanz ist, die bei HCN praktische Bedeutung hat (11).

Fig. 6. Die verschiedenen Arten von Resonanz.

die Fig. 1 eingetragen. Diese gilt für den Druck 580 mm. Für andere Drucke erhält man leicht die Halbwertsbreiten, weil sie druckproportional sind.

In den Fällen $A = 1$ und $A = -1$ befinden sich bei Resonanz beide Moleküle im Schwingungsgrundzustand, und wir erhalten

$$V_{12} = \frac{\mu^2}{2R^3} \frac{\sqrt{(J+M)(J+M+1)(J+N+1)(J+N+2)}}{(2J+1)(2J+3)}$$

¹⁾ Vgl. H. Kallmann u. F. London, ZS. f. phys. Chem. (B) **2**, 207, 1929, wo gezeigt wird, daß große Wirkungsquerschnitte eine praktisch exakte Resonanz erfordern.

und analoge Ausdrücke für V_{11} und V_{10} . Weiter

$$a_4 = \frac{\mu^2}{2(2J+1)(2J+3)} \sqrt{\frac{(J+M)(J+M+1)(J+N+1)(J+N+2)}{+(J-M)(J-M+1)(J-N+1)(J-N+2)} + 16[(J+1)^2 - M^2][(J+1)^2 - N^2]}.$$

Wir müssen nun den Mittelwert von a_4 über alle Orientierungen der beiden Moleküle bilden, d. h. über alle Werte von M und N , wo $(J+1) \geq M \geq -(J+1)$ und $J \geq N \geq -J$. Erst berechnen wir den Mittelwert von a_4^2 . Durch einfache Rechnungen finden wir

$$\overline{a_4^2} = \frac{\mu^4}{6} \frac{(2J+2)^2}{(2J+1)(2J+3)},$$

was für einigermaßen große J -Werte von J praktisch unabhängig ist. Wir können daher erwarten, daß auch $\overline{a_4}$ von J unabhängig ist, und wir berechnen

$\overline{a_4}$ für große J -Werte. Dann ist es möglich, $\sum_{M=-(J+1)}^{J+1} \sum_{N=-J}^J$ gegen $\int_{-J}^J dM \int_{-J}^J dN$ auszutauschen. Ferner brauchen wir unter der Wurzel nur die

Glieder höchster Größenordnung zu berücksichtigen. Wir setzen $M = x \cdot J$ und $N = y \cdot J$ und erhalten

$$\overline{a_4} = \frac{\mu^2}{32} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 dx dy \sqrt{18 + (18x^2y^2 + 18xy - 14x^2 - 14y^2)}.$$

Die Wurzel kann durch eine Reihenentwicklung ersetzt werden. Nach Integration erhalten wir, wenn in der Reihe fünf Glieder mitgenommen werden,

$$\overline{a_4} = \frac{\mu^2}{2,52}.$$

Dieser Wert der Konstante gilt für großes J . Für kleine J -Werte erhalten wir durch direkte Ausrechnung:

$$J = 0: \quad \overline{a_4} = \frac{\mu^2}{2,25},$$

$$J = 1: \quad \overline{a_4} = \frac{\mu^2}{2,48}.$$

Der Mittelwert von $-\frac{1}{2} \left(\frac{a_1^2}{\epsilon_1} + \frac{a_2^2}{\epsilon_2} + \frac{a_3^2}{\epsilon_3} \right) \frac{1}{R^6}$ ist in Londons Arbeit berechnet und ist mit guter Näherung gleich,

$$-\frac{1}{R^6} \frac{\pi^2 \mu^4 A}{6 h^2}.$$

Also erhalten wir die Energiestörung für $J' - J = \pm 1$:

$$x = -\frac{\pi^2 \mu^4 A}{6 h^2} \cdot \frac{1}{R^6} \pm \frac{\mu^2}{2,52} \cdot \frac{1}{R^3}. \quad (11)$$

Um q zu erhalten, kombinieren wir (11) und (6) und erhalten eine Gleichung der Form (3). Ihre beiden Konstanten setzen wir in (4) ein. Im Falle $A = 1$ ist nach der Absorption der Richteffekt relativ schwach, so daß die beiden Wurzeln sich nur wenig von dem q -Wert unterscheiden, der nach (2) aus der Resonanz allein erhalten wird. Für $A = -1$ ist dagegen der Richteffekt stark, so daß die beiden Wurzeln beträchtlich größer bzw. kleiner als der aus (2) erhaltene Wert sind.

Tabelle der Wurzeln der Gleichungen (4).

J	q aus (2)	q_+	q_-
+ 1	$2,82 \cdot 10^{-7}$	$2,96 \cdot 10^{-7}$	$2,58 \cdot 10^{-7}$
- 1	$2,82 \cdot 10^{-7}$	$3,06 \cdot 10^{-7}$	$1,59 \cdot 10^{-7}$

Hieraus erhalten wir durch Einsetzen in (5):

$$(\Delta \nu_{1/2})_{\text{Resonanz}}^J = \bar{\nu} \cdot \frac{N_1}{\sum_{J'=0}^{\infty} w_{J'}} \cdot [w_{J+1} \cdot 7,71 \cdot 10^{-14} + w_{J-1} \cdot 5,95 \cdot 10^{-14}]. \quad (12)$$

Das Ergebnis der Rechnungen für HCN bei 580 mm ist aus der Fig. 1 ersichtlich. Für andere Drucke erhält man leicht die Halbwertsbreiten, weil sie druckproportional sind.

Vergleich mit den Messungen. Es ist aus den Fig. 1, 2, 3, 4 und 5 ersichtlich, daß die so berechneten Halbwertsbreiten für HCN

$$(\Delta \nu_{1/2})_{\text{Richteffekt}} + (\Delta \nu_{1/2})_{\text{Resonanz}}$$

betreffs der Variation mit J mit den gemessenen Werten innerhalb der Versuchsfehler recht gut übereinstimmen. Die Differenzen zwischen den gemessenen und den berechneten Linienbreiten sind für 580 mm im Mittel $0,42 \text{ cm}^{-1}$, für 400 mm $0,44 \text{ cm}^{-1}$ und für 250 mm $0,35 \text{ cm}^{-1}$. Daß diese Differenzen, die nach vorstehendem hauptsächlich von dem Dispersionseffekt und von der Spaltweite herrühren, von der zu erwartenden Größenordnung sind, geht aus Photogrammen hervor, die unter Verwendung derselben Apparatur und Spaltweite von Acetylen und Sauerstoff erhalten worden sind. Die Halbwertsbreite des Acetylens bei 1,6 Atm. beträgt $0,60 \text{ cm}^{-1}$ und die des Sauerstoffs bei 0,2 Atm. ist $0,28 \text{ cm}^{-1}$.

Vergleich mit HCl. Aus den Formeln (2) und (11) und aus (7) geht hervor, daß die Halbwertsbreite μ^2 ungefähr proportional ist. Weiter ist der vom Richteffect herrührende Teil $A^{2/5}$ proportional. Dies kann erklären, warum man eine J -abhängige Linienverbreiterung bei HCl noch nicht beobachtet hat¹⁾, das für einen Vergleich mit HCN am nächsten liegt, weil für HCl $\mu = 1,03 \cdot 10^{-18}$ und $A = 2,7 \cdot 10^{-40}$ ist.

Herrn Prof. E. Hulthén, der die experimentelle Ausrüstung zur Verfügung gestellt hat, möchte ich für wertvolle Kritik und förderndes Interesse herzlichst danken. Herrn Prof. W. Gordon gebührt auch mein Dank für viele wertvolle Ratschläge und Diskussionen. Herrn Dozent G. W. Funke danke ich für die Anregung zum experimentellen Teil dieser Arbeit.

Stockholm, Physikalisches Institut der Universität, Februar 1938.

¹⁾ G. Herzberg u. J. T. W. Spinks, ZS. f. Phys. **89**, 474, 1934.

Zur dynamischen Theorie der Raumgitterbeugung. II.

Von **E. Fues** in Breslau.

Mit 9 Abbildungen. (Eingegangen am 28. Februar 1938.)

Zur Berechnung der Beugungskopplung von n starken Wellen im Gitter werden einige Hilfsvorstellungen und Rechenverfahren entwickelt.

1. Einleitung.

Vor kurzem wurde im ersten Teil dieser Arbeit¹⁾ die gemeinsame Wurzel der Theorie der Wellenausbreitung in Gittern einerseits, der dynamischen Theorie der Beugung am Gitter andererseits, dargestellt. Eine einfache Störungsrechnung, wie sie in der Elektronentheorie der Metalle und in der Theorie der Lichtausbreitung in Schallfeldern üblich ist, erlaubt, das Binnenproblem der Ausbreitung von Wellenbündeln im Gitter zu lösen; die gewöhnlichen Ansätze für den Wellenübergang in andere Medien lassen andererseits erkennen, in welcher Weise eine auf die Kristallberandung von außen einfallende Welle mit Hilfe solcher Wellenbündel ins Gitter hinein fortgesetzt werden muß.

In einem Gitterwellenbündel sind n „starke“ Wellen dynamisch verkoppelt, d. h. so, daß sie sich durch fortgesetzte Beugung gerade gegenseitig aufrechterhalten. Dieses Kopplungsproblem führt indessen auf eine algebraische Gleichung n -ten Grades [Gleichung (17) bzw. (24) in Teil I], deren Lösung für $n > 4$ nicht allgemein angegeben werden kann und schon für $n > 2$ auf komplizierte und aus diesem Grunde für ein allgemeines Verständnis nichtssagende Formeln führt. Man kann zwar aus ihnen in jedem praktischen Falle durch numerische Rechnung jede gewünschte Auskunft ohne Schwierigkeit erhalten, doch ist es bei der Vielfältigkeit der Flächen n -ter Ordnung gar nicht einfach, die für das betreffende Problem wesentlichen Wünsche anzugeben. Für die allgemeine Behandlung wird man daher ein qualitatives Verfahren vorziehen, welches an anschaulichen Modellen der Eigenwert- bzw. „Dispersionsfläche“ erlaubt, die typischen Fälle zu ordnen und der Rechnung in jedem Einzelfalle wohlumrissene Teilfragen zu stellen. In der vorliegenden Arbeit sind solche Hilfsvorstellungen entwickelt und einige Rechenmethoden zusammengestellt, die es ermöglichen sollen, gewisse Seiten des allgemeinen Kopplungs-

¹⁾ E. Fues, Zur dynamischen Theorie der Raumgitterbeugung I, ZS. f. Phys. **109**, 14, 1938; im folgenden als „I.“ zitiert.

problems in Angriff zu nehmen. Es ist zu hoffen, daß sich aus ihrer Zusammensetzung eine begründete Einsicht in den Mechanismus der Beugungskopplung und damit eine zuverlässige Beurteilung des n -Strahlenproblems ergibt. Zunächst ist in der vorliegenden Arbeit (wie in Teil I) die dynamische Kopplung von n skalaren Wellen betrachtet, doch ist später (Abschnitt 5) gezeigt, wie die Ergebnisse auf die Beugung elektromagnetischer Wellen zu erweitern sind. Die Kopplung vektorieller Wellen ist demselben Verfahren, nur mit zwei- oder dreimal so umfangreicher Algebra, zugänglich. Als ein Hauptergebnis der vorliegenden Betrachtungen darf ausgesprochen werden, daß ein Gitter mit Basis dem Kopplungsproblem um nichts größere Schwierigkeiten bereitet, als ein einfaches Translationsgitter.

2. *Eigenwert- bzw. Frequenzfläche über dem \mathbf{k} -Raum. Darstellung der Gitterwellenbündel durch Zustandspunkte in den Sperrbereichen des \mathbf{k} -Raumes.*

Es ist zur Erledigung des Randproblems mit n Strahlen notwendig, eine Übersicht zu gewinnen, welche Gitterwellen bzw. welche Gitterwellenbündel mit einer vorgegebenen Frequenz verträglich sind. Diesem Zweck dient in der üblichen dynamischen Theorie die Betrachtung der „Dispersionsfläche“; in unserer Darstellung entspricht ihr das Studium der Eigenwert- (d. h. der ω^2/c^2 -) Fläche über dem \mathbf{k} -Raum, oder — in größerer Spezialisierung — der Fläche einer bestimmten Frequenz ω im \mathbf{k} -Raum. Es erleichtert die Einführung, wenn wir von niederdimensionalen \mathbf{k} -Räumen zum dreidimensionalen fortschreiten, über dem letztlich die Eigenwertfläche in einer vierten Dimension darzustellen wäre. Denn erstens ist für ein- und zweidimensionale \mathbf{k} -Bereiche der ganze Sachverhalt noch durch zeichnerische Hilfsmittel zu erhellen, zweitens darf am ehesten vorausgesetzt werden, daß die Eigenschaften der oft besprochenen Mathieuschen Differentialgleichung (dem eindimensionalen \mathbf{k} -Raum entsprechend) dem Leser geläufig sind. Wir steigen deshalb im folgenden von einer zu zwei und drei \mathbf{k} -Dimensionen auf¹⁾.

Bei der eindimensionalen Hillschen oder einfacher noch bei der Mathieuschen Differentialgleichung

$$u'' + (\omega^2/c^2 + \kappa \cos 2\pi x/a) u = 0$$

¹⁾ Die Darstellung lehnt sich an die grundlegenden Betrachtungen von L. Brillouin an (Quantenstatistik, S. 281 ff., Berlin, Julius Springer, 1931). Sie wird ganz ähnlich vorgehen wie A. Sommerfeld und A. H. Bethe in ihrem Artikel über Elektronentheorie der Metalle (Handb. d. Phys. Bd. XXIV/2, Berlin, Julius Springer, 1933). Doch erfordert unser Zweck ein näheres Eingehen auf manche Einzelheiten.

Wie in I. erörtert, ist das nur solange der Fall, als k_x nicht gewissen (in Fig. 1 als I, II, ..., \bar{I} , \bar{II} , ... markierten) Sperrbereichen angehört¹⁾. Fällt es dagegen in einen Sperrbereich, wie z. B. das k_x des Punktes 1 in II, so kann als nullte Näherung der Lösung nicht mehr eine einzelne Welle e^{ik_1x} gelten, sondern nur noch eine bestimmte Linearkombination dieser Welle mit der mit ihr verkoppelten und fast entarteten Welle e^{ik_2x} des (um $h_x = -4\pi/a$ weiter links fast auf gleicher Höhe liegenden) Punktes 2. Solcher Linearkombinationen gibt es zwei; sie gehören aber weder zum ungestörten Eigenwert der Welle 1 noch dem der Welle 2, sondern in erster Näherung zu abweichenden Eigenwerten, was durch die hakenartigen Unterbrechungen der Eigenwertparabel in den Sperrbereichen angedeutet ist. Jede der beiden Linearkombinationen stellt im eindimensionalen Falle die nullte Näherung eines „Gitterwellenbündels“ dar, von denen in I. ausführlich die Rede war. Durch den Zustandspunkt 1 soll daher im folgenden dasjenige Gitterwellenbündel gekennzeichnet werden, das sich in nullter Näherung aus den Wellen 1 und 2 zusammensetzt, aber in erster Näherung zur Frequenz ω_1 gehört; entsprechend soll der Punkt 2 das andere aus denselben Wellen kombinierte Wellenbündel bedeuten, das aber zur Frequenz ω_2 gehört. *Punkte im Sperrbereich bedeuten also nicht Wellen, sondern Wellenbündel!* Die Tatsache der Entartung, sowie die qualitative Abweichung der Hakenkurve von der Parabel werden nun besonders einleuchtend, wenn man für die Welle 2 ihre oben erwähnte *verschobene* Darstellung durch den im selben Sperrbereich mit 1 gelegenen Zustandspunkt 2' auf der Parabel mit Scheitel C benutzt (oder für Welle 1 den Punkt 1'' auf der nach links verschobenen Parabel mit Scheitel \bar{C}). Diese verschobene Darstellung bringt sachlich nichts Neues, aber sie läßt mit einem Blick in den kritischen Sperrbereich qualitativ übersehen, *welche Linearkombinationen* die Gitterwellenbündel aufbauen, in welchem Sinne die *Frequenzabweichungen* zu erwarten sind, *wieviele Gitterwellenbündel* unter Beteiligung einer bestimmten Einzelwelle es gibt, und — das wird für das Randproblem wesentlich sein — *welche Bündel zu einer bestimmten Frequenz* existieren. Sie läßt schließlich die *Frequenzlücken* deutlich erkennen, zu welchen keine Bündel homogener Wellen vorhanden sind, sondern nur inhomogene, exponentiell abfallende Schwingungszustände. Sie ist insbesondere geeignet, alle diese Auskünfte im mehrdimensionalen k -Raum zu erbringen!

¹⁾ Die Sperrbereiche werden bei der Mathieu-Gleichung mit wachsendem n immer schmaler. Bei der Hillschen Differentialgleichung braucht das nicht der Fall zu sein. In Fig. 1 ist eine schwache Abnahme ihrer Breite angedeutet.

Über der zweidimensionalen \mathbf{f} -Ebene baut sich die „ungestörte“ Eigenwertfläche der zweidimensionalen Hillschen Differentialgleichung

$$\Delta u + [\omega^2/c^2 + \alpha S(\mathbf{r})] u = 0$$

als Rotationsparaboloid

$$\omega^2/c^2 = k_x^2 + k_y^2 = \mathbf{f}^2$$

mit dem Scheitel im Ursprung auf, dessen einzelne Punkte die Zuordnung einer aus $u_0 = e^{i\mathbf{f}\mathbf{r}}$ stetig hervorgehenden Gitterwelle $u_{\mathbf{f}}$ zu einer Frequenz ω erkennen lassen. Doch gilt das nur, solange die Lösungen u sich stetig an *Einzelwellen* nullter Näherung anschließen, also (nach I., Abschnitt 2), solange \mathbf{f} nicht in einem Sperrbereich der \mathbf{f} -Ebene endet [d. h. in nächster Nähe einer der Ebenen $2(\mathbf{f}\mathbf{h}) + \mathbf{h}^2 = 0$, wobei \mathbf{h} ein Gittervektor im \mathbf{h} -Gitter ist, dem 2π -fach linear vergrößerten reziproken Gitter des zweidimensionalen Kristalls]. Trifft aber letzteres zu, so ist die Welle $e^{i\mathbf{f}\mathbf{r}}$ mit $e^{i(\mathbf{f}+\mathbf{h})\mathbf{r}}$ nahezu entartet und da durch Berücksichtigung der Gitterstruktur *alle* Wellen $e^{i(\mathbf{f}+\mathbf{h})\mathbf{r}}$ mit beliebigen \mathbf{h} miteinander verknüpft werden, so ergibt sich als Lösung ein Gitterwellenbündel, das sich stetig an eine Linearkombination von $e^{i\mathbf{f}\mathbf{r}}$ und $e^{i(\mathbf{f}+\mathbf{h})\mathbf{r}}$ als nullte Näherung anschließt. Ganz ähnlich wie in Fig. 1 kann man diese Entartung und die dabei ins Spiel kommenden $\omega - \mathbf{f}$ -Beziehungen leichter übersehen, wenn man für die ungestörte Eigenwertdarstellung der Welle $\mathbf{f} + \mathbf{h}$ nicht das Paraboloid mit Scheitel im Ursprung A , sondern ein um $\vec{AC} = -\mathbf{h}$ verschobenes Paraboloid mit Scheitel C benutzt (Fig. 2). Die beiden Paraboloiden durchdringen sich in einer Parabel, deren Projektion P auf die \mathbf{f} -Ebene als Mittellot zu \mathbf{h} gezeichnet ist. In der Umgebung dieses Lotes liegt der Sperrbereich II der \mathbf{f} -Ebene, und man sieht, daß sowohl \mathbf{f}_1 als (das von C aus aufgetragene) $\mathbf{f}_2 = \mathbf{f}_1 + \mathbf{h}$ in ihm endigen. (In Fig. 2 sind übrigens nicht alle Sperrbereiche eingetragen, sondern nur eine Parallelschar I, II, ... von solchen.) Über den Sperrbereichen werden nun die Eigenwertflächen durch die Störung erster Näherung (die in höherer Näherung nur unwesentlich abgeändert wird) unterbrochen und wulstartig ab- bzw. aufgebogen derart, daß z. B. der Schnitt $S - S$ durch die beiden Paraboloiden qualitativ mit Fig. 1 (mit veränderter Bedeutung der Abszisse) übereinstimmt. D. h. die beiden Paraboloiden durchdringen sich nicht in einer scharfen Kante, sondern vereinigen sich oberhalb und unterhalb des Ortes derselben zu abgerundeten Wülsten, die gewissermaßen ein Ausweichen der Eigenwertfläche vor der Entartung zum Ausdruck bringen. Die Rechnung zeigt (Abschnitt 3), daß die Abrundung der Wülste um so weiträumiger erfolgt, das Ausweichen der beiden Flächenäste um so aus-

gesprochenen ist, je größer die der Sperrfläche h zugeordnete Strukturamplitude $|S_h|$ ist. Ihr proportional wird nämlich der Abstand der Wülste voneinander! Eine Sperrfläche dagegen, deren Strukturfaktor verschwindet, ist so gut wie nicht vorhanden. Wegen der bekannten Eigenschaft der Paraboloiden, als achsenparallele ebene Schnitte lauter kongruente Parabeln zu liefern, paßt Fig. 1 auch auf den Schnitt $S' - S'$, wenn sie nur um einen gewissen Betrag über die \mathbf{f} -Ebene emporgehoben wird. Man erkennt, daß an dem geschilderten Modell der (durch verschobene Paraboloiden erweiterten

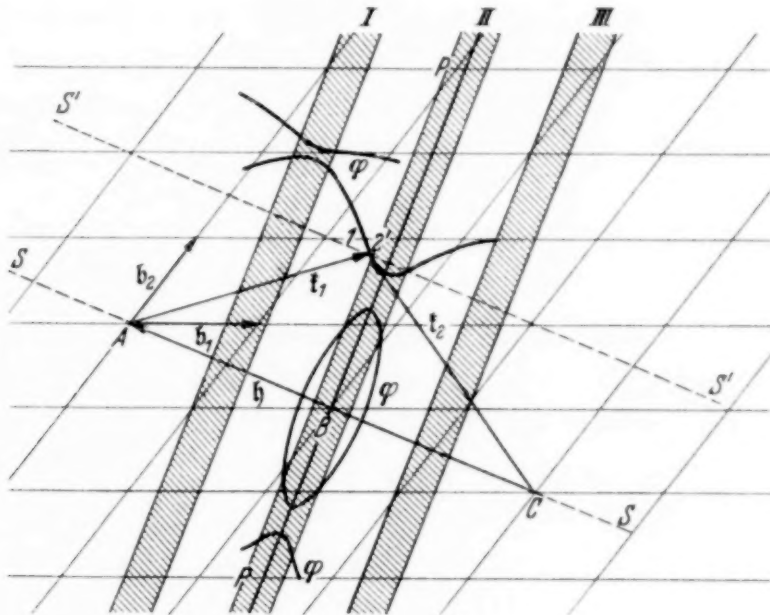


Fig. 2. Verhalten der Schnittkurve konstanter Frequenz der Eigenwertfläche über einem zweidimensionalen \mathbf{f} -Raum.

und deformierten) Eigenwertfläche die in einem Sperrbereich stattfindenden Linearkombinationen nullter Näherung von Wellen sich übersehen lassen. Daß man an ihm ferner die Frequenzen der stetig anschließenden Gitterwellenbündel beurteilen kann und — was für das Randproblem vor allem wichtig ist —, daß die mit einer bestimmten Frequenz ω_1 verträglichen Wellensysteme erkennbar sind.

Für den letzten Zweck ist es notwendig, die erweiterte Eigenwertfläche mit der Ebene $\omega = \omega_1$ zu schneiden. Die Projektion $\varphi(\mathbf{f}) = \omega_1$ dieser Schnittlinie auf die \mathbf{f} -Ebene ist gleichfalls in Fig. 2 eingezeichnet. Man erhält Schnittkurven φ , die außerhalb der Sperrbereiche den Kreisschnitten der Paraboloiden nahekomen, innerhalb der Sperrbereiche aber ganz ähnlich jeder Durchdringung ausweichen, wie es die Wülste der Eigenwertfläche tun. Die (wirksamen) Sperr Ebenen selbst werden von diesen Linien konstanter Frequenz senkrecht geschnitten.

Die Schnitte konstanter Frequenz durch die erweiterte und deformierte Eigenwertfläche projizieren sich in den dreidimensionalen \mathfrak{k} -Raum als Flächen konstanter Frequenz. Sie allein sind in ihm noch anschaulich zu machen, während die allgemeine $\mathfrak{k} - \omega$ -Beziehung eine vierdimensionale Darstellung erfordern würde. Die Flächen konstanter (und spezieller) Frequenz sind identisch mit der Ewaldschen „Dispersionsfläche“; es scheint dem Verfasser ein Hauptgewinn der hier vorgeschlagenen Betrachtungsweise zu sein, daß mit ihrer Hilfe eine begründete Erwartung über das qualitative Verhalten der Dispersionsfläche folgt, die in mancher Beziehung zu einer Ordnung der Erscheinungen ausreichen mag. Dies gilt auch noch bei Kopplung von mehr als zwei Strahlen, d. h. im Durchdringungsbereich mehrerer Sperrgebiete, wozu wir jetzt übergehen.

3. Nähere Betrachtung der Eigenwertfläche und ihrer Schnitte im Durchdringungsgebiet mehrerer Sperrbereiche.

Um die gleichzeitige Wirksamkeit mehrerer Sperr Ebenen zu studieren, sei zunächst wieder eine zweidimensionale \mathfrak{k} -Ebene zugrunde gelegt, und die vollständige Eigenwertfläche über ihr zu Hilfe gezogen. In Fig. 3a weist \mathfrak{R}_1 nach dem Schnittpunkt zweier Sperrgeraden hin, was als Anzeichen für die Verkopplung der Welle $e^{i\mathfrak{R}_1 \mathfrak{r}}$ mit zwei weiteren Wellen $e^{i\mathfrak{R}_2 \mathfrak{r}}$ und $e^{i\mathfrak{R}_3 \mathfrak{r}}$ aufzufassen ist. Diese werden im allgemeinen auch unter sich verknüpft sein (Umweganregung!), so daß auch durch die Pfeilspitzen von \mathfrak{R}_2 und \mathfrak{R}_3 je zwei Sperrgeraden hindurchgehen. Wir beabsichtigen die Eigenwertfläche in der Umgebung von \mathfrak{R}_1 , also im Durchdringungsgebiet der beiden Sperrbereiche an seiner Spitze, zu untersuchen. Zu diesem Zweck denken wir uns in Fig. 3b im Ursprung $A = A_1$ der \mathfrak{k} -Ebene das Paraboloid $\omega^2/c^2 = \mathfrak{k}^2$ und zwei kongruent verschobene Paraboloiden in den Scheiteln A_2 und A_3 errichtet. Sie durchdringen sich in Parabeln, deren Projektionen auf die \mathfrak{k} -Ebene in die drei Sperrgeraden der Fig. 3b fallen. In einer gewissen Höhe über der \mathfrak{k} -Ebene liegt der gemeinsame Schnittpunkt O_0 der drei Paraboloiden; derselbe projiziert sich nach O , von dem aus die (gegen $|\mathfrak{R}_j|$ kleinen) Zusatzvektoren $\frac{z}{2} \mathbf{1}$ gezählt werden sollen. Die Rechnung des Abschnittes 4 wird uns die Eigenwertfläche über der \mathfrak{k} -Ebene, also einem $2/z$ -fach linear-vergrößerten Ausschnitt der Umgebung von O liefern.

Um vorläufig von umständlichen Rechnungen abzusehen, versuchen wir qualitativ deren Ergebnisse vorwegzunehmen: Die drei Paraboloiden werden von jedem auf der \mathfrak{k} -Ebene errichteten Lot in drei Punkten getroffen, die wir in der Reihenfolge von unten nach oben mit $P^{(1)} P^{(2)} P^{(3)}$ bezeichnen.

Man kann nun die Gesamtfläche der drei Paraboloiden in drei Flächenschalen $F^{(1)}F^{(2)}F^{(3)}$ zerlegen, so daß $F^{(\alpha)}$ die Gesamtheit aller Punkte $P^{(\alpha)}$ umfaßt und mit $F^{(\beta)}$ jeweils nur Zweige der drei Durchdringungsparabeln gemeinsam hat. Die Flächen $F^{(\alpha)}$ besitzen allerdings Grate (in Fig. 4 ausgezogen) und Rinnen (punktiert); in Fig. 4 sind dieselben von oben gesehen gezeichnet, wobei die Linien um so dicker wiedergegeben sind, je näher

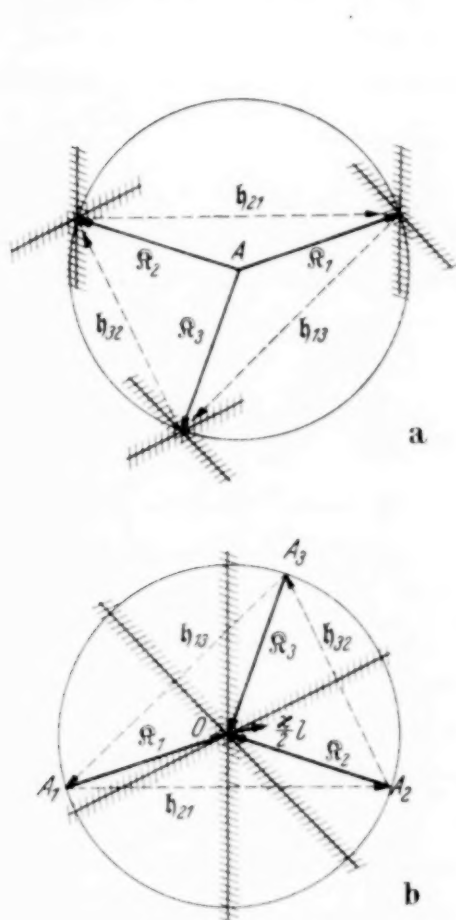


Fig. 3. Kopplung dreier Strahlen
a) in unverschobener,
b) in verschobener Darstellung.

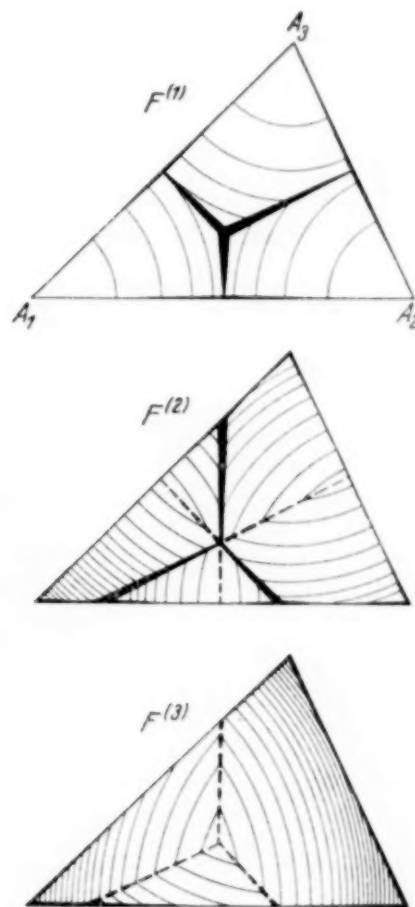


Fig. 4. Undeformierte Eigenwertfläche
über der t -Ebene im Kopplungsgebiet
dreier Strahlen.

sie dem Beschauer entgegenkommen, d. h. je höher sie aufsteigen. Die Flächen $F^{(\alpha)}$ stellen die erweiterte, aber noch undeformierte Eigenwertfläche dar, und der nächste Schritt, der zu tun ist, besteht, wie wir wissen, in einer *Abrundung der Grate und Rinnen*. Sie muß um so weitreichender erfolgen, je größer der Strukturfaktor $|S_0|^2$ der betreffenden Sperrebene ist. Durch die Abrundung entfernen sich gleichzeitig die Grate von $F^{(\alpha)}$ von den Rinnen von $F^{(\alpha+1)}$, so daß ein zur Projektion beider Linien senkrechter Schnitt das hakenförmige Aussehen der Fig. 1 erhält. Man versteht auch ohne weiteres, daß der Scheitel $O^{(1)}$ der Fläche $F^{(1)}$ nach unten, dagegen

der Tiefstpunkt $O^{(3)}$ der drei Rinnen von $F^{(3)}$ nach oben gedrängt wird, so daß nunmehr das Lot über O auf der \mathbf{f} -Ebene die Eigenwertfläche in drei getrennten Punkten $O^{(1)}O^{(2)}O^{(3)}$ schneidet. Dagegen bleibt die genaue Höhe dieser Punkte ohne Rechnung unbestimmt, ebenso die Gestalt der Flächen $F^{(\alpha)}$ in unmittelbarer Umgebung der Punkte $O^{(\alpha)}$.

Wir verallgemeinern jetzt die zuletzt gewonnene Vorstellung der Eigenwertfläche — vorläufig noch über der \mathbf{f} -Ebene — auf den Fall der Beugungskopplung von n Strahlen und vereinfachen sie dabei so weit, daß sie ohne Mühe durch einfache perspektivische Zeichnung verdeutlicht werden kann.

Die Paraboloidscheitel $A_1 A_2 \dots A_n$ liegen wie in Fig. 3b sämtlich auf einem Kreis um O mit Halbmesser $|\mathbf{R}_j|$. Da aber nur die nächste Umgebung des gemeinsamen Durchdringungspunktes O_0 der Paraboloiden interessiert, ersetzen wir dieselben in ihm durch ihre Tangentialebenen. Die Spuren der letzteren in der \mathbf{f} -Ebene berühren (als Mittellote auf den Strecken OA_j) sämtlich den Kreis um O mit Halbmesser $|\mathbf{R}_j| : 2$, der somit In- oder Ankreis des von ihnen in der \mathbf{f} -Ebene gebildeten, geschlossenen oder offenen n -Ecks ist. Diese Figur, als Basis einer Pyramide mit Spitze O_0 aufgefaßt, veranschaulicht mit aller Deutlichkeit die Durchdringung der erweiterten, aber noch nicht deformierten Eigenwertfläche bei O_0 , bzw. ihre übereinander gelegenen Schalen $F^{(\alpha)}$, an denen nur noch die erwähnte Abrundung der Grate und Rinnen vorzunehmen ist. In Fig. 5a bis c ist dies geschehen, und zwar sowohl in der perspektivischen Darstellung der Flächen $F^{(\alpha)}$, als in der Zeichnung ihrer Basisspuren $S^{(\alpha)}$ in der \mathbf{f} -Ebene. Zuerst sind in Fig. 5a und c nochmals die beiden typischen Fälle *dreier* Strahlen (der „Inkreisfall“ und „Ankreisfall“) wiedergegeben. Zwischen ihnen liegt als Grenzfall 5b mit einer ins Unendliche gerückten Ecke des Grunddreiecks. Doch darf dieser Fall nicht als Dreistrahlkopplung angesehen werden, weil, wie man sich am Grundriß der Figur leicht überzeugt, notwendig dabei ein vierter Strahl ins Spiel kommen muß, so daß Fig. 5d entsteht.

Man erkennt, daß auf diese Weise in allen Fällen leicht ein anschauliches Bild der Eigenwertfläche gewonnen werden kann, wenn noch die gemeinsame Wirkung aller Abrundungen im Durchdringungsgebiet feststeht. Oben wurde schon erwähnt, daß die Abrundung jedes Grates oder jeder Rinne (d. h. der nächste Abstand von der Durchdringungskante) proportional der Strukturamplitude einzurichten ist. Das genügt, um die Flächen $F^{(\alpha)}$ und ihre Spuren $\omega = \text{const}$ in genügender Entfernung von O_0 angeben zu

können. Doch ist nicht ohne weiteres zu erkennen, wie sich die verschiedenartigen Abrundungen und die gegenseitige Stellung der Grate und Rinnen zueinander in der Umgebung von O_0 auswirken. Insbesondere gilt es zu entscheiden, wie tief unterhalb O_0 die Kuppen der unteren Flächen $F^{(\alpha)}$, wie hoch über O_0 die Mulden der obersten Flächen $F^{(\alpha)}$ liegen; ferner ist Betrag und Richtung ihrer Exzentrizität anzugeben. Bei den mittleren Flächen, die offenbar mehrfache Sattelflächen sind, gilt es zu entscheiden, welches

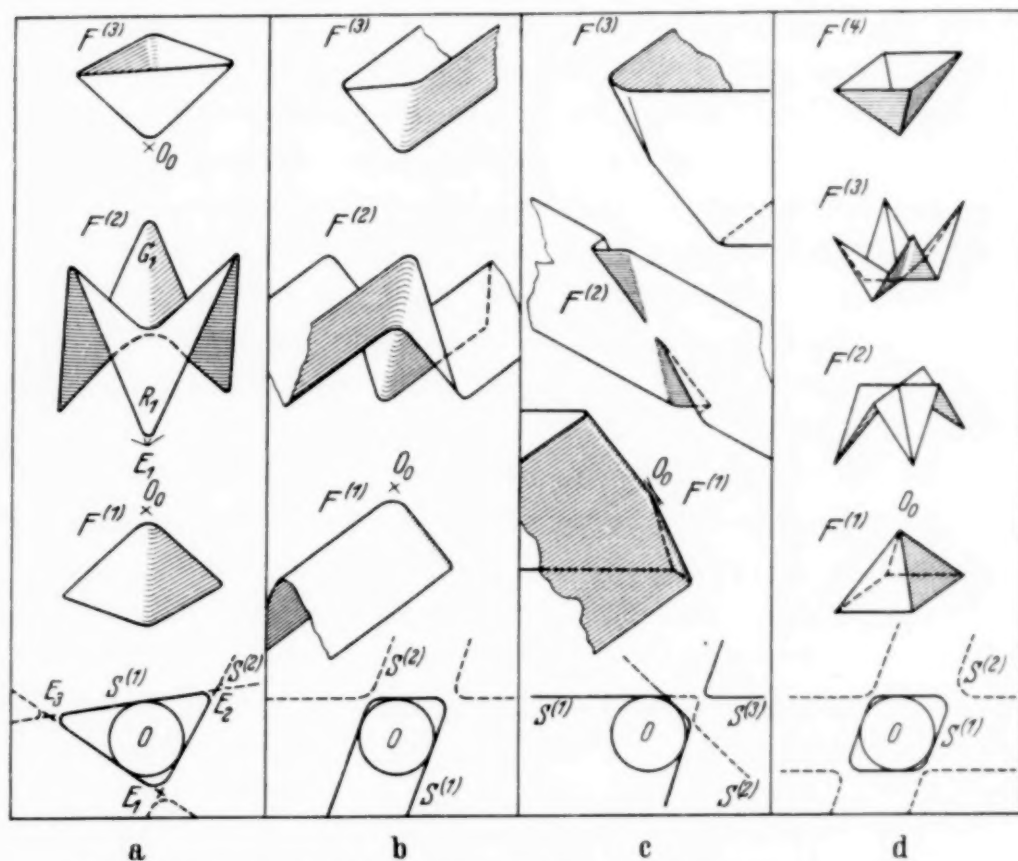


Fig. 5. Spuren und Flächenzweige der Eigenwertfläche über der t -Ebene

- a) im Inkreisfall der Kopplung dreier Strahlen,
- b) im Grenzfall " " " "
- c) im Ankreisfall " " " "
- d) in einem Sonderfall der Kopplung von vier Strahlen.

die am meisten emporgehobenen Täler, die am tiefsten heruntergedrückten Grate sind, welche Sattelpunkte beim Aufstieg von verschiedenen Seiten zuerst erreicht werden und wo ihre Projektion auf der t -Ebene liegt. (Von all diesen Daten hängt offenbar die Beurteilung der Schnitte konstanter Frequenz ab, die zur Auskunft über die Fragen des Randproblems benötigt werden.)

Wie die Durchrechnung des Dreistrahlalles (Abschnitt 4) erkennen läßt, können einige qualitative Antworten auf diese Fragen anschaulich

ausgedrückt werden. Die Ausglättung der Flächen $F^{(\alpha)}$ hängt nämlich von zwei Daten ab: Erstens von den Kopplungsamplituden S_{jk} , welche das Ausmaß der Abrundung des Grates bzw. der Rinne zwischen \mathfrak{R}_j und \mathfrak{R}_k in großer Entfernung von O_0 bestimmt. Zweitens von der Stellung der Strahlen \mathfrak{R}_j , insbesondere den von ihnen eingeschlossenen Winkeln ($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ in Fig. 5a). Es gilt nun: Die Abrundung einer Ecke E_h des Spurdreiecks vermag sich, bei Annäherung der Schmitzebene $\omega = \text{const}$ an O_0 um so mehr gegenüber den gleichartigen Einflüssen der Gegenecken durchzusetzen, je größer der Betrag $\beta_h = |S_{jl}|^2 : |\sin \alpha_h|$ (h, j, l zyklisch) ist. Z. B. schiebt die Abrundung eines Grates der Fläche $F^{(1)}$ in Fig. 5a gleichzeitig den Gipfelpunkt dieser Fläche von derjenigen Ecke weg, von welcher der Grat ausgeht, die drei Grate wirken einander jedoch entgegen. Der Grat mit dem größten β_j wird nun den Gipfel am meisten von seiner Ecke wegschieben. Entsprechendes gilt für die Mulde der Fläche $F^{(3)}$. Schließlich wird sich an der dreifachen Sattelfläche $F^{(2)}$ die Erhöhung einer Rinne, z. B. der aus der Ecke E_1 , dann am stärksten im Durchdringungsgebiet auswirken, wenn $\beta_1 > \beta_2$ und $\beta_1 > \beta_3$. (Der genaue Sachverhalt geht aus Abschnitt 4 hervor.) Das bedeutet, daß man bei einem Aufstieg von E_1 durch die von dort zu den Sätteln emporführende Rinne R_1 zuerst an den *höchstgelegenen* Sattel kommt: daß dagegen der tiefste Sattel von der Rinne aus E_2 hinüber zu der nach E_3 überschritten wird, denn an diesen Sattel schließt sich unmittelbar der am stärksten erniedrigte Grat G_1 an.

Bei der Kopplung von mehr als drei in der \mathfrak{k} -Ebene gelegenen Strahlen wird die Wechselwirkung allerdings komplizierter, man wird aber durch ähnliche Gedankengänge eine Ordnung der möglichen Fälle erreichen können.

Für das vollständige Bild der Eigenwertfläche um O_0 ist ein Satz von besonderer Bedeutung: Es ist physikalisch nahezu ausgeschlossen, daß sich jemals zwei Flächen $F^{(\alpha)}$ *durchdringen*. Höchstens kommt es in (auf der Symmetrie des Gitters beruhenden) Ausnahmefällen vor, daß einige derselben sich in einem Punkte *berühren*. (Z. B. tun es im Falle der Fig. 5e die beiden Mittelflächen $F^{(2)}$ und $F^{(3)}$, vgl. Abschnitt 4.) Im allgemeinen aber halten sie (wie schon im Zweistrahlenproblem) einen gemessenen Abstand voneinander, der für gewisse Strahlengänge eine Frequenzlücke und das Auftreten inhomogener Wellen bedeutet. Der physikalische Grund dieses Verhaltens ist der folgende: In jedem Mehrfachpunkt der Eigenwertfläche muß die Linearkombination der beteiligten Strahlen unbestimmt bleiben, d. h. es muß eine *kontinuierliche Folge* von Amplitudenverhältnissen der n Wellen des Bündels möglich sein. Das ist bei dem komplizierten Wechsel-

spiel der gegenseitigen Zustreuung eine so harte Forderung, daß sie nur unter besonders günstigen Umständen, d. h. praktisch unter besonders hoher Symmetrie der Strahlen und Kopplungen, verwirklicht werden kann¹⁾.

Für die Übertragung in den dreidimensionalen \mathfrak{f} -Raum ist es nun von Bedeutung, daß schon über der \mathfrak{f} -Ebene die Schnitte $\omega = \text{const}$ auch ohne Zuhilfenahme der vollständigen Eigenwertfläche gefunden werden können. In genügend hoch über oder tief unter O_0 gelegenen Schnittebenen (dreidimensional: Schnitträumen) hat man Netze von Spurgeraden (ein Fachwerk von Spurebenen) als Spur der undeformierten Eigenwertfläche. Z. B. in der \mathfrak{f} -Ebene (im \mathfrak{f} -Raum) das n -Eck (n -Flach) der Grundrisse (entsprechend) der Fig. 5. In seinen Ecken (Kanten und Ecken) ist die einem Zwei- (Zwei- bzw. Drei-) Strahlenproblem entsprechende, völlig bekannte Abrundung anzubringen. Schrittweise Annäherung an O_0 verkleinert das Netz (Fachwerk) proportional dem Abstand von diesem Punkt, wobei jedoch die Abrundungen nicht mit verkleinert werden dürfen! In der unmittelbaren Umgebung von O_0 hat man zu beachten, daß die Spur stets den Charakter einer Kurve (Fläche) n -ter Ordnung behalten (also mit einer Schnittgeraden immer nur n Punkte gemeinsam haben) muß. Wenn man nun noch eine aus ihrer Gleichung (vgl. Abschnitt 4) sich ergebende Gebiets- teilung der \mathfrak{f} -Ebene (des \mathfrak{f} -Raumes) zu Hilfe zieht, so ist damit die Dispersionslinie (-fläche) qualitativ in den Hauptzügen festgelegt.

4. Bemerkungen zur Berechnung der Eigenwertfläche und ihrer Schnittfigur bei Kopplung von n Strahlen.

Die Eigenwertfläche sei jetzt im Durchdringungsgebiet der $(n-1)$ unverschobenen Sperrflächen $2(\mathfrak{f}\mathfrak{h}_{j1}) + \mathfrak{h}_{j1}^2 = 0$ (Standpunkt der Fig. 3a) oder — in der Darstellungsweise der Fig. 3b — in der Umgebung des gemeinsamen Schnittes der n „Paraboloide“

$$E = \omega^2/c^2 = (\mathfrak{f} + \mathfrak{h}_{j1})^2; \quad (j = 1, 2, \dots, n; \mathfrak{h}_{11} = 0). \quad (1)$$

rechnerisch untersucht. Von Paraboloiden in Anführungsstrichen wurde gesprochen, weil die Flächen (1) Hyperflächen im vierdimensionalen $E k_x k_y k_z$ -Raum sind, deren Schnittfiguren für spezielle E sich allerdings als Kugeln konstanter

¹⁾ Mathematisch gesehen muß in einem m -fachen Punkt der Eigenwertfläche die Determinante (8) des Abschnitts 4 nicht bloß verschwinden, sondern den Rang $n-m$ besitzen. Das kann wohl ausnahmsweise bei spezieller Wahl der S_{jk} und für ein bestimmtes I eintreten. Doch kommt es — da nur die Diagonalglieder mit I veränderlich und alle anderen Glieder fest sind — äußerst schwer für eine kontinuierliche I -Folge vor. Vgl. hierzu das Beispiel des Vierstrahlenfalles in Abschnitt 4, wo allerdings eine solche (physikalisch unwahrscheinliche) Ausnahme unter anderem aufgezeigt ist.

Frequenz in den dreidimensionalen \mathbf{f} -Raum projizieren. Den Vektor \mathbf{f} beschreiben wir nach Fig. 3b als

$$\mathbf{f} = \mathbf{R}_1 + \frac{\kappa}{2} \mathbf{l}, \quad (2)$$

so daß gleichzeitig

$$\mathbf{f} + \mathbf{h}_{j1} = \mathbf{R}_j + \frac{\kappa}{2} \mathbf{l}. \quad (3)$$

Wir setzen bezüglich der Wahl des Punktes O folgendes fest:

A. Bei *Kopplung zweier Strahlen* weisen die Vektoren \mathbf{R}_1 und \mathbf{R}_2 nach demjenigen Punkt O der Mittellotebene zwischen den Scheiteln A_1 und A_2 der sich durchdringenden Paraboloiden, dessen Umgebung gerade interessiert. Man erfaßt aber, gerade weil O auf der Mittellotebene E noch frei beweglich ist, alle Möglichkeiten, wenn man das Interesse nur auf die Punkte des Lotes in O auf E richtet und man kann in diesem Sinne das Problem zweier Strahlen stets zu einem eindimensionalen machen. Dasselbe gilt für alle Probleme mit Strahlgesamtheiten, bei denen nur eine einzige Netzebene reflektiert; insbesondere gilt es auch für die Kopplung zweier Vektorwellen, die mathematisch derjenigen von vier skalaren Wellen äquivalent ist¹⁾.

B. Bei *Kopplung dreier Strahlen* weisen die Vektoren $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{R}_3$ nach einem Punkt O der Schnittgeraden der drei Mittellotebenen zwischen A_1, A_2 und A_3 , dessen Umgebung in Frage kommt. Weil O

auf dieser Schnittgeraden G noch frei beweglich ist, bedeutet es keine Einschränkung der Allgemeinheit, wenn die Betrachtung auf die Ebene durch O senkrecht zu G beschränkt wird. In diesem Sinne ist das Kopplungsproblem dreier skalarer Wellen stets ein zweidimensionales. Dasselbe gilt in allen Fällen, in denen n Strahlen nur durch Netzebenen einer Zone (mit G als Zonen-

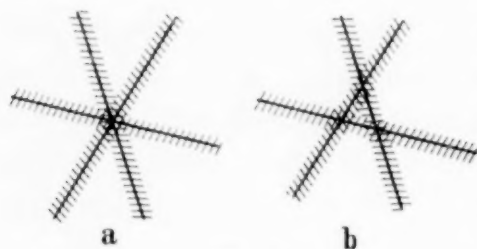


Fig. 6.

achse) verkoppelt sind. Deshalb ist im besonderen auch die Kopplung dreier Vektorwellen (die der Kopplung von sechs bzw. neun skalaren Wellen äquivalent ist), mathematisch gesehen, ein ebenes Problem.

C. Bei *Kopplung von vier Strahlen* sei O der gemeinsame Durchdringungspunkt der vier Mittellotebenen des Tetraeders $A_1 A_2 A_3 A_4$.

D. Bei *Kopplung von mehr als vier Strahlen* beschränken wir uns mit Rücksicht auf die praktischen Bedürfnisse auf den Fall, daß sämtliche Mittellotebenen zwischen allen beteiligten Paraboloidscheiteln $A_1 \dots A_n$ durch einen gemeinsamen Punkt O des \mathbf{f} -Raumes gehen, der gleichzeitig Endpunkt der von A_j aus gezogenen Vektoren \mathbf{R}_j ist. Das bedeutet in der Darstellung der \mathbf{f} -Ebene, daß wir nur Durchdringungen der Art von Fig. 6a betrachten, nicht solche der Art von Fig. 6b.

Aus (2) und (3) entnimmt man

$$\mathbf{f}_j^2 = \mathbf{R}_j^2 + \kappa \mathbf{R}_j \mathbf{l} + \frac{\kappa^2}{4} \mathbf{l}^2 \quad (4)$$

¹⁾ Dabei ist an elektromagnetische (reine Transversal-) Wellen gedacht: n elastische (Transversal- und Longitudinal-) Wellen wären für die Rechnung äquivalent mit $3n$ skalaren Wellen!

Fig. 1 ergibt sich als Schnitt senkrecht zum Vektor $\mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2$, wenn wir uns auf $|\mathfrak{I}| |\mathfrak{R}_1 - \mathfrak{R}_2| = \mathfrak{h}$ beschränken, also $(\mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2) \mathfrak{I} = 0$ setzen. Dann folgt

$$\sigma = \pm \sqrt{|S|^2 + (\mathfrak{h}|\mathfrak{I}|/2)^2}. \quad (12)$$

Man erkennt daran für $|\mathfrak{I}| = 0$ die Frequenzlücke $-|S| < \sigma < +|S|$, zu welcher nur imaginäre \mathfrak{I} -Werte, also inhomogene Wellen zugeordnet sind. Und man sieht, daß sich an der Gestalt der Schnittfigur nichts ändert längs der ganzen Mittellotebene, solange nicht weitere Strahlen ins Spiel kommen. Fassen wir dagegen (12) für festes σ als Fläche konstanter Frequenz im \mathfrak{I} -Raum auf, so ist diese durch das zur Mittellotebene parallele Ebenenpaar

$$\frac{z}{2} \mathfrak{I} = \pm \frac{z}{|\mathfrak{h}|} \sqrt{\sigma^2 - |S|^2} \quad (13)$$

gegeben.

Das *Problem dreier Strahlen* läßt sich unschwer auf eine *Normalform* bringen, aus welcher eine qualitative Erörterung leicht abgelesen werden kann und die quantitative Berechnung verhältnismäßig einfach vonstatten geht. Wie bei der Festsetzung (B) S. 248 besprochen, läßt sich die Dreistrahlkopplung stets als ebenes Problem betrachten, weil man sein Augenmerk auf eine \mathfrak{f} -Ebene durch O parallel zur Ebene $A_1 A_2 A_3$ beschränken kann. Für Vektoren \mathfrak{I} in dieser Ebene sind die Komponenten $\mathfrak{R}_{j\perp}$ senkrecht zu ihr belanglos, von Einfluß sind lediglich die Komponenten $\mathfrak{f}_j = \mathfrak{R}_{j\parallel}$, weil sie allein in den Diagonalgliedern der Gleichungen (8) und (9) auftreten. Wir bemerken im voraus, daß

$$\sum s_j \mathfrak{f}_j = 0 \quad (14)$$

und

$$\sum s_j = 1 \quad (15)$$

angenommen werden kann, weil die drei Vektoren \mathfrak{f}_j einerseits in einer Ebene liegen, andererseits sicher keine zwei von ihnen parallel sind; (denn es soll sich um ein echtes Dreistrahlproblem handeln, der Fall der Fig. 5b also ausgeschlossen sein). Eine einfache geometrische Überlegung liefert

$$s_j = \sin \alpha_j / \sum_j \sin \alpha_j, \quad (16)$$

wenn α_j den Winkel zwischen den Strahlen \mathfrak{f}_l und \mathfrak{f}_m (im Sinne der Fig. 9 und 10) bedeutet. Setzen wir ferner

$$x_j = s_j (\sigma - \mathfrak{f}_j \mathfrak{I}), \quad (17)$$

so gilt nach (14) und (15)

$$\sum x_j = \sigma \quad (18)$$

und Gleichung (8) nimmt nach Einführung der weiteren Abkürzungen

$$\left. \begin{aligned} \beta_j &= s_1 s_2 s_3 \cdot |S_{kl}|^2 : s_j \\ \gamma &= s_1 s_2 s_3 (S_{12} S_{23} S_{31} + S_{13} S_{32} S_{21}) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

die Form an

$$x_1 x_2 x_3 = \sum \beta_j x_j - \gamma. \quad (20)$$

Wir denken uns jetzt einen bestimmten Schnitt $\sigma = \sigma_0$ durch die Eigenwertfläche, zunächst in ihrer undeformierten Gestalt. Er besteht offenbar in einem Spurdreieck der Tangentialebenen $\sigma = \mathfrak{f}_j \mathfrak{I}$ an die drei Paraboloiden mit der Ebene

$\sigma = \sigma_0$. Die Dreiecksseiten sind die Linien $\sigma_0 - \mathbf{f}_j \mathbf{l} = 0$, also (wenn wir den Index Null am festen Wert σ künftig wieder weglassen), die Linien $x_j = 0$. Für Punkte der \mathbf{l} -Ebene, die nicht auf diesen Dreiecksseiten liegen, bedeuten

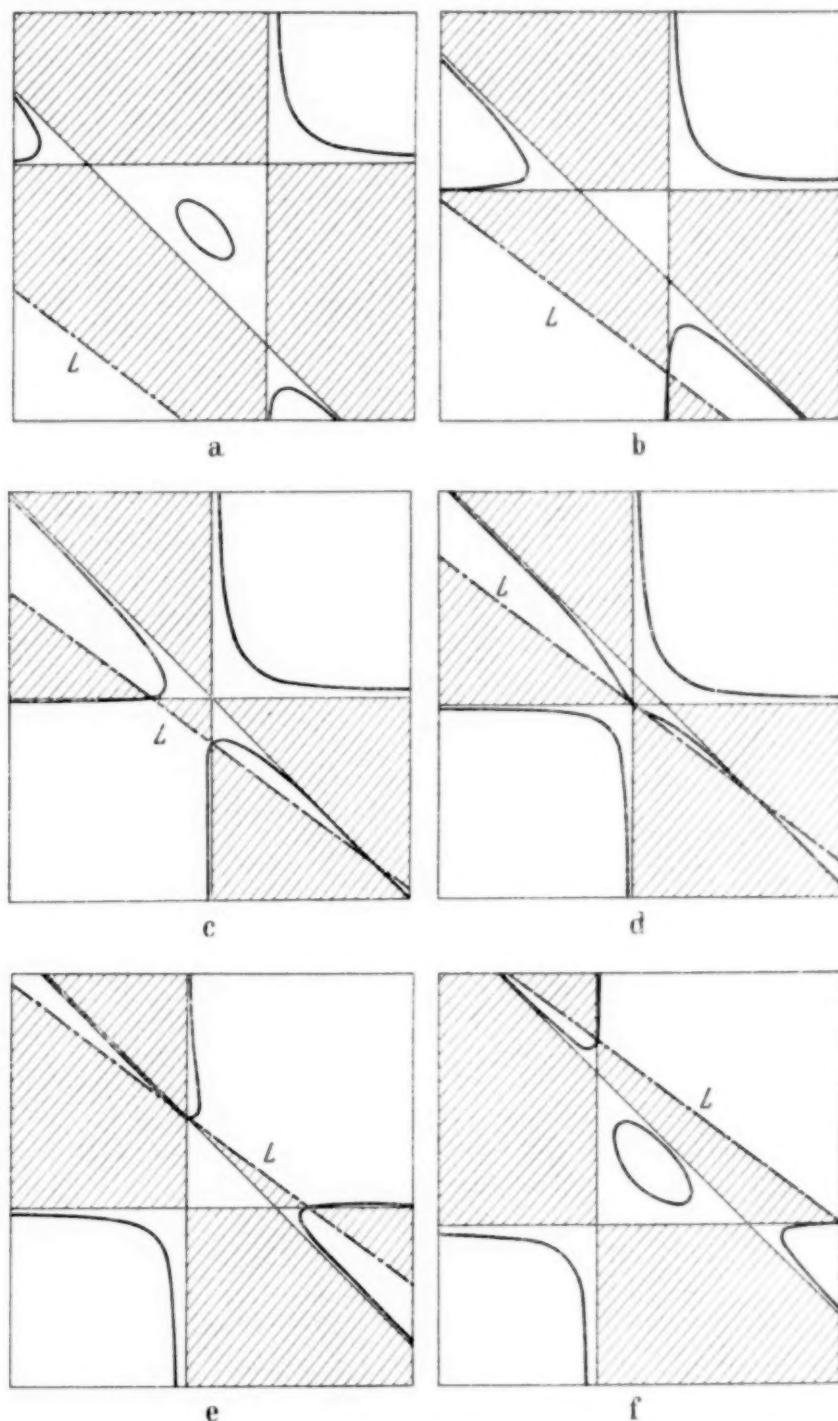


Fig. 7. Erörterung des Dreistrahlproblems (im Inkreisfall) mit Hilfe der Gebietsteilung der \mathbf{l} -Ebene.

die drei Koordinaten x_j (von denen eine überzählig ist und mit Hilfe von (18) jederzeit eliminiert werden kann), ihre mit $s_j k_j$ multiplizierten, von O weg gerechneten Abstände von den Dreiecksseiten.

Die Diskussion der Kurve dritter Ordnung, welche die *deformierte* Eigenwertfläche als Spur S hinterläßt, wird nun durch die Form der Gleichung (20) sehr erleichtert. Zeichnet man nämlich außer den Dreiecksseiten $x_j = 0$ noch die Gerade $L = \sum \beta_j x_j - \gamma = 0$, so ist durch die vier Geraden eine Gebietsteilung der I -Ebene geschaffen, die schachbrettartig erlaubte und verbotene Gebiete für S aneinander reiht. Fig. 7 erläutert wohl besser als viele Worte, wie sich hieraus schon qualitativ die Gestalt von S ergibt. Sie zeigt, wie mit wachsendem σ das Spurdreieck zuerst auf einen Punkt (für $\sigma = 0$) zusammenschrumpft, dann in verkehrter Gestalt wieder wächst; daß ferner die Gerade $L = 0$ bei

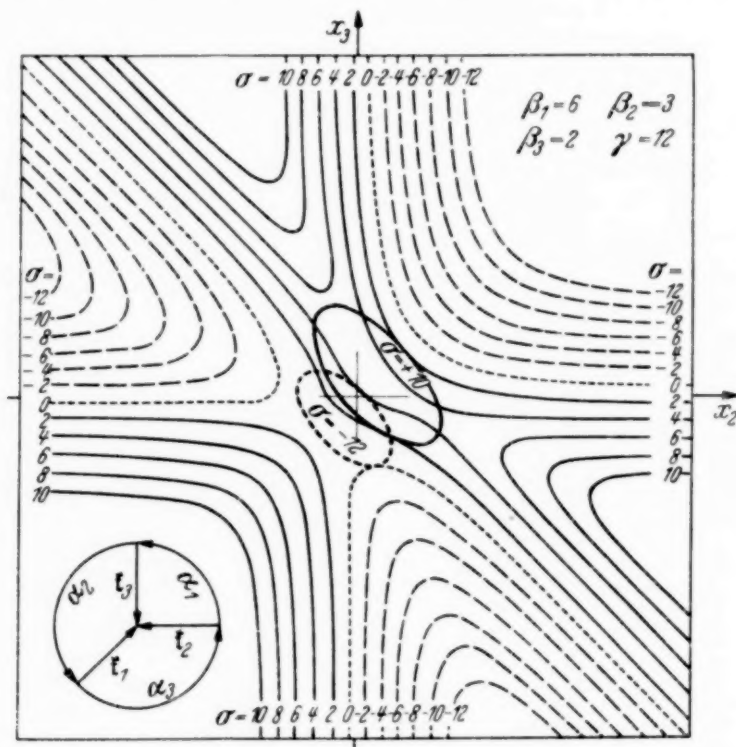


Fig. 8. Eigenwertfläche und Dispersionslinien im Inkreisfall dreier Strahlen, dargestellt durch die Höhenlinien $\sigma = \text{const.}$

einem bestimmten σ in das Dreieck eindringt, von da aus die Kurven umzubilden beginnt und nach vollzogenem Umwandlungsprozeß das Dreieck wieder verläßt. Die Reihenfolge, in der die Ecken betroffen werden, entscheidet über die Orientierung der Umwandlungselemente.

Da in der Ecke E_l $x_j = x_k = 0$; $x_l = \sigma$ ist, so folgt, daß dieselbe von der Geraden $L = 0$ bei $\sigma = \gamma/\beta_l$ erreicht wird. Hat man also positives γ und ist $\beta_j > \beta_k > \beta_l > 0$ (das gilt z. B., wenn alle Strukturamplituden reell positiv sind und die Winkel α_j alle $< \pi$, „Inkreisfall“), so werden die Ecken in der Reihenfolge $j \rightarrow k \rightarrow l$ erfaßt. Hierauf beruht die Behauptung des Abschnitts 3, daß die Rinnen R_k und R_l durch den niedersten Sattel verbunden sind, dagegen R_j auf den höheren Sattel führt, usf.

Anders im *Ankreisfall*, d. h. wenn ein Winkel $\alpha_j > \pi$, $s_j < 0$, daher β_k, β_l und $\gamma < 0$ (für reelle positive S_{jk})¹⁾. In diesem Falle, der durch Fig. 5c schon

¹⁾ Dieser Fall ist von J. Weigle und H. Mühsam, *Helv. Phys. Acta* **10**, 139, 1937 behandelt worden, bei denen sich Zeichnungen ähnlich Fig. 9 finden.

erläutert wurde, ist das Wechselspiel der Geraden L mit dem Spurdreieck anders. Zuerst schneidet L das Dreieck, bis sich dasselbe mit wachsendem σ durch Schrumpfung entzieht, um aber in umgekehrter Gestalt von L wieder eingeholt und aufs neue geschnitten zu werden.

In jedem Falle führen Schnitte $x_j = \text{const}$, mit $x_k = \sigma - x_j - x_l$, zu einer *quadratischen* Gleichung für x_l . Die numerische Berechnung der Dispersionskurven ist also sehr einfach. Auf diese Weise sind Fig. 8 und 9 gewonnen.

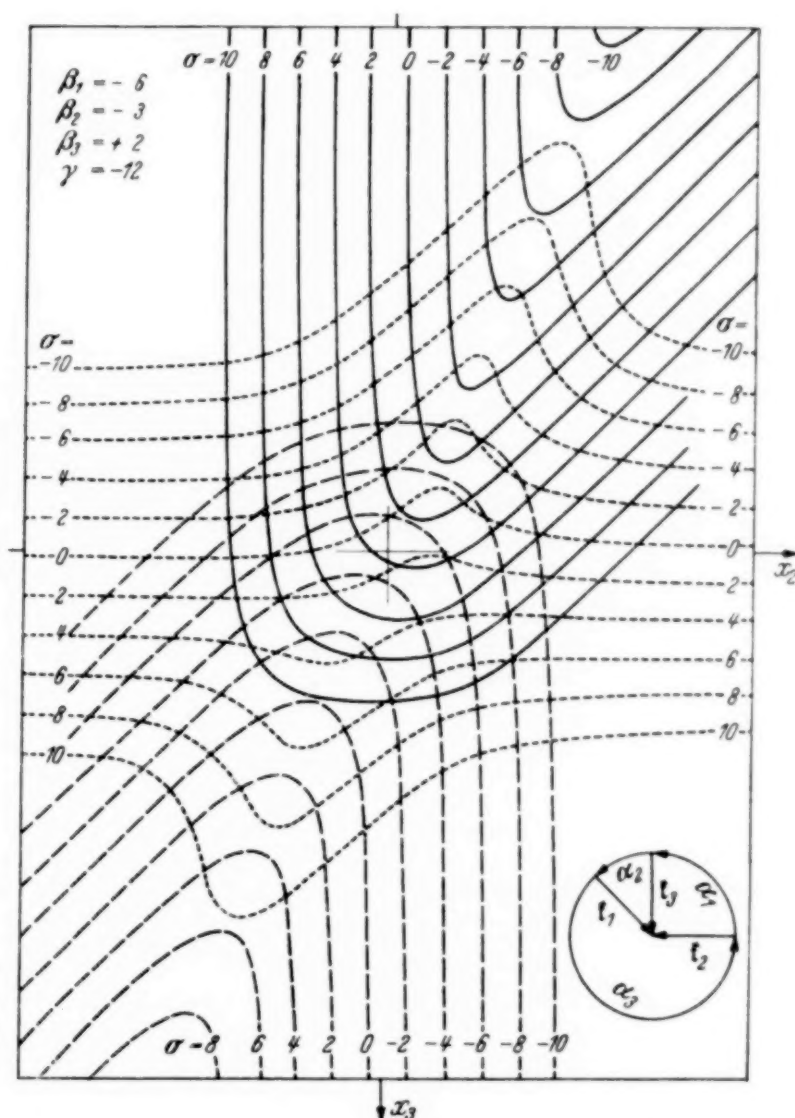


Fig. 9. Eigenwertfläche und Dispersionslinien im Inkreisfall dreier Strahlen, dargestellt durch die Höhenlinien $\sigma = \text{const}$.

die als Höhenlinienbilder von Eigenwertflächen der Art wie Fig. 5a und 5c aufzufassen sind. In Fig. 8 sind zur leichteren Unterscheidung der Täler von den Höhenrücken die Niveaulinien zu negativen σ -Werten gestrichelt. Die Rinne R_1 der Mittelfläche $F^{(2)}$ von rechts oben her führt wegen $\beta_1 > \beta_2 > \beta_3 > 0$ tatsächlich zum höheren Sattel. $F^{(1)}$ und $F^{(3)}$ zeichnen sich fast nicht ab; nur für $\sigma = -12$ erkennt man die Kuppe von $F^{(1)}$, aus O nach links unten (von der Ecke E_1 weg), und für $\sigma = +10$ die Mulde von $F^{(3)}$ nach rechts oben (nach E_1

hin) verschoben¹⁾. In Fig. 9 dagegen sind wegen der vielfachen Überschneidungen für alle σ -Werte die Spuren von $F^{(1)}$ ausgezogen, die von $F^{(2)}$ punktiert, die von $F^{(3)}$ gestrichelt gezeichnet. Die Figur bedarf wohl keiner weiteren Erläuterung.

Eine so vollständige Diskussion ist im Falle von *mehr als drei verkoppelten Strahlen* sehr erschwert. Man erkennt zwar sofort, daß die Summe aller Wurzeln den Wert besitzt

$$\sum_a \sigma^{(a)} = \left(\sum_j \mathfrak{R}_j \right) 1, \quad (21)$$

doch ist damit für das einzelne Wellenbündel wenig gewonnen. Die Einflüsse der Stellung der Strahlen \mathfrak{R}_j einerseits, der Kopplungsamplituden S_{jk} andererseits werden etwas durchsichtiger, wenn man Gleichung (8) nach Potenzen von I ordnet:

Bezeichnet man nämlich die Determinante (8) für $I = 0$ mit $D_{1 \dots n}(\sigma)$, so schreibt sich (8) wie folgt:

$$D_{1 \dots n}(\sigma) - \left(\sum_j D_{1 \dots (j-1)(j+1) \dots n}(\sigma) \mathfrak{R}_j \right) I + \left(\sum_{h < j} D_{1 \dots (h-1)(h+1) \dots (j-1)(j+1) \dots n} [[\mathfrak{R}_h \mathfrak{R}_j]] \right) [[11]] - \dots = 0. \quad (22)$$

$[[\mathfrak{R}_h \mathfrak{R}_j]]$ ist dabei das tensorielle Produkt der Vektoren \mathfrak{R}_h und \mathfrak{R}_j ; $[[\mathfrak{R}_h \mathfrak{R}_j]] [[11]]$ bedeutet das skalare Produkt der beiden Tensoren. In den weggelassenen Gliedern treten entsprechend höhere Tensoren auf. Die Strukturamplituden sind aus dem Ausdruck (22) formal verschwunden, sie sind implizite in den Funktionen $D(\sigma)$ untergegangen. Die Form (22) läßt aber erkennen, wie Stellung der Tangentialebene, Krümmung, und höhere Eigenschaften der Eigenwertfläche des n -Strahlenproblems von den charakteristischen Funktionen $D(\sigma)$ der Kopplung von $(n-1)$, $(n-2)$, ... Strahlen beeinflusst sind. Sie wird deshalb bei einer systematischen Erörterung des n -Strahlenproblems manche Aufschlüsse geben.

Wir beschränken uns hier auf eine Entwicklung der Gleichung (8) für kleine I . Diese Untersuchung darf in ihrer Bedeutung freilich nicht überschätzt werden, weil der I -Raum ja schon eine 2 α -fache Vergrößerung des t -Raumes darstellt, in welchem der Bereich kleiner I also *außerordentlich eng* ist. Trotzdem wird man versuchen, aus einer solchen Entwicklung die ersten Aufschlüsse zu erhalten, die in vielen Fällen auch ausreichen, wenn nämlich zwischen dem Verlauf in der nächsten Umgebung von O und den (bekannten) Außenbezirken zweifelsfrei interpoliert werden kann.

Man könnte für kleine I die Entwicklung (22) bei Gliedern niederen Grades in I abbrechen, freilich nur für σ -Werte, die so nahe bei den Wurzeln $\sigma_0^{(a)}$ von $D_{1 \dots n}(\sigma) = 0$ liegen, daß auch das erste Glied von genügend kleiner Größenordnung ist. In verschiedenen Fällen hat sich jedoch ein anderes Näherungsverfahren gut bewährt, das den Vorzug hat, gleichzeitig die Amplitudenverhältnisse im Wellenbündel zu liefern und welches im folgenden kurz dargestellt sei:

¹⁾ Die Kurven der Fig. 9 sind vom gleichen Typ wie die von G. Mayer, ZS. f. Krist. **66**, 616, 1928, für den Fall dreier ebener Vektorwellen angegebenen.

Man denke sich die durch (9) bestimmten Amplituden a_j als Komponenten eines Vektors \mathfrak{A} im n -dimensionalen Raum. In diesem Raum sei ferner $\mathbf{1}$ der Einheitstensor, $S = (S_{jk})$ ein (Hermitescher) Tensor mit $S_{jj} = 0$, L der Tensor mit $L_{jj} = L_j = \mathfrak{R}_j \mathbf{1}$ und $L_{jk} = 0$ (der also von vornherein auf Diagonalform ist). Die Gleichungen (9) lassen sich dann zusammenfassen in:

$$(S + \sigma \mathbf{1}) \mathfrak{A} = L \mathfrak{A}. \quad (23)$$

Entwickelt man nun

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \sigma_0 + \sigma_1 + \sigma_2 + \cdots \\ \mathfrak{A} &= \mathfrak{A}_0 + \mathfrak{A}_1 + \mathfrak{A}_2 + \cdots \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

nach Potenzen von $\mathbf{1}$ bzw. L , so gelten der Reihe nach die Näherungsgleichungen:

$$\left. \begin{aligned} (S + \sigma_0) \mathfrak{A}_0 &= 0, \\ (S + \sigma_0) \mathfrak{A}_1 &= (L - \sigma_0) \mathfrak{A}_0, \\ (S + \sigma_0) \mathfrak{A}_2 &= (L - \sigma_1) \mathfrak{A}_1 - \sigma_2 \mathfrak{A}_0, \\ &\dots \end{aligned} \right\} \quad (25, 0 \ 1 \ 2)$$

Die Gleichung nullter Näherung ergibt aus

$$|S + \sigma_0 \mathbf{1}| = D(\sigma) = 0 \quad (26)$$

im allgemeinen n verschiedene Eigenwerte $\sigma_0^{(\alpha)}$ ($\alpha = 1, 2, \dots, n$) und zu jedem passend je einen Eigenvektor $\mathfrak{A}_0^{(\alpha)}$, der auf allen anderen $\mathfrak{A}_0^{(\beta)}$ (hermitisch) orthogonal steht.

Die Gleichung erster Näherung (25, 1), mit einem bestimmten $\sigma_0^{(\alpha)}$ geschrieben, ist nur lösbar, wenn die rechte Seite orthogonal auf $\mathfrak{A}_0^{(\alpha)}$ steht. Das führt zur Bestimmung von $\sigma_1^{(\alpha)}$ auf die Bedingung:

$$\sigma_1^{(\alpha)} |\mathfrak{A}_0^{(\alpha)}|^2 = \mathfrak{A}_0^{(\alpha)*} L \mathfrak{A}_0^{(\alpha)}. \quad (27)$$

Ist sie erfüllt, so ergibt sich damit $\mathfrak{A}_1^{(\alpha)}$ aus (25, 1).

Die Gleichung zweiter Näherung (25, 2) ist wieder nur lösbar, wenn die rechte Seite orthogonal auf $\mathfrak{A}_0^{(\alpha)}$ steht. Man erhält deshalb zur Bestimmung von $\sigma_2^{(\alpha)}$ die Bedingung

$$\sigma_2^{(\alpha)} |\mathfrak{A}_0^{(\alpha)}|^2 = \mathfrak{A}_0^{(\alpha)*} (L - \sigma_1^{(\alpha)}) \mathfrak{A}_1^{(\alpha)}. \quad (28)$$

Man erkennt, daß auf diese Weise $\sigma_1^{(\alpha)}$ linear, $\sigma_2^{(\alpha)}$ quadratisch in $\mathbf{1}$ resultiert.

Es wird jedoch (wegen der Symmetrieverhältnisse im reziproken Gitter verhältnismäßig häufig) vorkommen, daß m Werte $\sigma_0^{(\alpha)}$ zusammenfallen. Dann verschwinden auch die ersten bis m -ten Unterdeterminanten von (26) und die $\mathfrak{A}_0^{(\alpha)} \mathfrak{A}_0^{(\beta)} \dots$ bleiben zu einem gewissen Grade willkürlich. Man hat dann zunächst vorläufige (aber aufeinander hermitisch orthogonale) Eigenvektoren $^{(1)}\mathfrak{A}_0, \dots$

$\dots, ^{(n)}\mathfrak{A}_0$ zu wählen und die Linearkombination $\mathfrak{A}_0 = \sum_{q=1}^m {}^{(q)}b {}^{(q)}\mathfrak{A}_0$ offenzuhalten, an welche sich die Eigenvektoren in erster Näherung stetig anschließen. Gleichung (25, 1) lautet jetzt:

$$(S + \sigma_0) \mathfrak{A}_1 = (L - \sigma_1) \sum {}^{(q)}b {}^{(q)}\mathfrak{A}_0 \quad (29)$$

und ist nur dann nach \mathfrak{A}_1 auflösbar, wenn die rechte Seite auf allen zu σ_0 gehörigen vorläufigen $^{(q)}\mathfrak{A}_0$ senkrecht steht. Das führt auf ein homogenes lineares Gleichungssystem für die m Größen $^{(q)}b$, und mit der Bezeichnung

$$^{(\tau)}\mathfrak{A}_0^* L {}^{(q)}\mathfrak{A}_0 = {}^{(\tau q)}L \quad (30)$$

auf die neue Bestimmungsgleichung m -ten Grades für σ_1 :

$$\begin{vmatrix} {}^{(11)}L - \sigma_1^{(1)} \mathfrak{A}_0^2 & {}^{(12)}L & \dots & {}^{(1m)}L \\ {}^{(21)}L & {}^{(22)}L - \sigma_1^{(2)} \mathfrak{A}_0^2 & \dots & {}^{(2m)}L \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ {}^{(m1)}L & {}^{(m2)}L & \dots & {}^{(mm)}L - \sigma_1^{(m)} \mathfrak{A}_0^2 \end{vmatrix} = 0. \quad (31)$$

Von ihr nehmen wir zunächst an, daß sie die Entartung der σ -Werte endgültig aufhebt, also m verschiedene $\sigma_1^{(\alpha)}$ mit zugehörigen $\mathfrak{A}_0^{(\alpha)} = \sum {}^{(q)}b^{(\alpha)} {}^{(q)}\mathfrak{A}_0$ liefert.

Das Ergebnis des geschilderten Rechenverfahrens ist, wenn wieder

$$\mathfrak{A}_0^{(\beta)*} L \mathfrak{A}_0^{(\alpha)} = L^{(\beta\alpha)} \quad (32)$$

geschrieben wird:

$$\sigma^{(\alpha)} = \sigma_0^{(\alpha)} + \frac{L^{(\alpha\alpha)}}{\mathfrak{A}_0^{(\alpha)2}} + \sum_{\beta}' \frac{L^{(\beta\alpha)} \mathfrak{A}_0^{(\beta)2}}{[\sigma_0^{(\alpha)} - \sigma_0^{(\beta)}] \mathfrak{A}_0^{(\alpha)2} \mathfrak{A}_0^{(\beta)2}} + \dots, \quad (33)$$

$$\mathfrak{A}^{(\alpha)} = \mathfrak{A}_0^{(\alpha)} + \sum_{\beta}' \frac{L^{(\beta\alpha)} \mathfrak{A}_0^{(\beta)}}{[\sigma_0^{(\alpha)} - \sigma_0^{(\beta)}] \mathfrak{A}_0^{(\beta)2}} + \dots. \quad (34)$$

Gerade in den praktisch wichtigen Fällen wird aber die Entartung auch durch (31) noch nicht aufgehoben, sondern in erster Näherung bestehen bleiben. Man kann dann zu jedem vorläufigen ${}^{(q)}\mathfrak{A}_0$ aus (25, 1) ein zugehöriges ${}^{(q)}\mathfrak{A}_1$ bestimmen und mit einer Linearkombination $\mathfrak{A}_0 = \sum {}^{(q)}b^{(q)}\mathfrak{A}_0$; $\mathfrak{A}_1 = \sum {}^{(q)}b^{(q)}\mathfrak{A}_1$ in (25, 2) eingehen, deren rechte Seite wieder auf sämtlichen ${}^{(q)}\mathfrak{A}_0$ orthogonal sein muß. Das liefert eine Säkulargleichung ähnlich (31), welche die Entartung endgültig aufhebt.

Auf solche Weise ist z. B. das *Problem von vier symmetrischen Strahlen*¹⁾ untersucht worden, dessen Gleichung (8) für $l = 0$ wie folgt angesetzt wurde:

$$\begin{vmatrix} \sigma & 1 & \alpha & 1 \\ 1 & \sigma & 1 & \alpha \\ \alpha & 1 & \sigma & 1 \\ 1 & \alpha & 1 & \sigma \end{vmatrix} = 0. \quad (35)$$

(Die Kopplungsfaktoren zwischen Nachbarstrahlen sind gleich Eins, diejenigen in der Diagonale gleich α gesetzt.) Man findet folgende Zweige der Eigenwertfläche $[\mathfrak{A}$ bedeutet $\sum \mathfrak{R}_j$; ferner $\mathfrak{B} = \mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2 - \mathfrak{R}_3 - \mathfrak{R}_4$; $\mathfrak{C} = \mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_4 - \mathfrak{R}_2 - \mathfrak{R}_3$]:

$$\left. \begin{aligned} F^{(1)} \equiv \sigma^{(1)} &= -2 - \alpha + \frac{1}{4} \mathfrak{A} l - \frac{1}{32 (\alpha + 1)} \{ (\mathfrak{B} l)^2 + (\mathfrak{C} l)^2 \} + \dots, \\ F^{(2)} \equiv \sigma^{(2)} &= \alpha + \frac{1}{4} \mathfrak{A} l + \frac{\alpha}{32 (\alpha^2 - 1)} \{ (\mathfrak{B} l)^2 + (\mathfrak{C} l)^2 \} \pm \sqrt{R} + \dots, \\ F^{(4)} \equiv \sigma^{(4)} &= -2 - \alpha + \frac{1}{4} \mathfrak{A} l + \frac{1}{32 (\alpha - 1)} \{ (\mathfrak{B} l)^2 + (\mathfrak{C} l)^2 \} + \dots, \\ R &= \frac{1}{(\alpha^2 - 1)^2} \{ 4 \alpha^2 [(\mathfrak{B} l)^2 + (\mathfrak{C} l)^2]^2 + 2 (\mathfrak{B} l)^2 (\mathfrak{C} l)^2 \}. \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

¹⁾ Zu seiner Veranschaulichung können die perspektivischen Zeichnungen der Fig. 5d dienen. Es fällt nicht schwer, sie auf eine quadratische Basis zu beziehen. Natürlich sind die Grate und Rinnen abgerundet zu denken.

Dann lassen sich die n zweidimensionalen Vektorgleichungen (37) in doppelt soviel skalare Gleichungen für die einzelnen Faktoren von j' bzw. j'' zerlegen, welche die folgende Form annehmen:

$$\left. \begin{aligned} [\sigma - \mathfrak{R}_1 \mathbf{I}] D_{1'} + & \quad + S_{12} (1' 2') D_{2'} + S_{12} (1' 2'') D_{2''} + \dots = 0, \\ & [\sigma + \mathfrak{R}_1 \mathbf{I}] D_{1''} + S_{12} (1'' 2') D_{2'} + S_{12} (1'' 2'') D_{2''} + \dots = 0, \\ S_{21} (2' 1') D_{1'} + S_{21} (2' 1'') D_{1''} + [\sigma - \mathfrak{R}_2 \mathbf{I}] D_{2'} + & \quad + \dots = 0, \\ S_{21} (2'' 1') D_{1'} + S_{21} (2'' 1'') D_{1''} + & \quad + [\sigma - \mathfrak{R}_2 \mathbf{I}] D_{2''} + \dots = 0. \\ \dots & \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

Aus den $2n$ Gleichungen (39) bestimmen sich die Amplituden $D_j, D_{j''}$, aber nur, wenn die Determinante des Systems verschwindet. Man erhält also statt (8):

$$\begin{vmatrix} \sigma - \mathfrak{R}_1 \mathbf{I} & & S_{12} (1' 2') & S_{12} (1' 2'') & S_{1n} (1' n') & S_{1n} (1' n'') \\ & \sigma - \mathfrak{R}_1 \mathbf{I} & S_{12} (1'' 2') & S_{12} (1'' 2'') & S_{1n} (1'' n') & S_{1n} (1'' n'') \\ S_{21} (2' 1') & S_{21} (2' 1'') & \sigma - \mathfrak{R}_2 \mathbf{I} & & S_{2n} (2' n') & S_{2n} (2' n'') \\ S_{21} (2'' 1') & S_{21} (2'' 1'') & & \sigma - \mathfrak{R}_2 \mathbf{I} & S_{2n} (2'' n') & S_{2n} (2'' n'') \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{n1} (n' 1') & S_{n1} (n' 1'') & S_{n2} (n' 2') & S_{n2} (n' 2'') & \sigma - \mathfrak{R}_n \mathbf{I} & \\ S_{n1} (n'' 1') & S_{n1} (n'' 1'') & S_{n2} (n'' 2') & S_{n2} (n'' 2'') & & \sigma - \mathfrak{R}_n \mathbf{I} \end{vmatrix} = 0.$$

Die Eigenwertfläche und ihre Schnitte (Dispersionsflächen) sind $2n$ -schalig. Durch die Gleichungen (39) werden nicht bloß die Amplitudenbeträge bestimmt, mit welchen die Partialwellen in das Wellenbündel eingehen, sondern gleichzeitig ihre *Schwingungsrichtung*. Hinsichtlich der Hermitizität der Koeffizientenmatrix hat sich nichts geändert: als Gleichung für σ aufgefaßt, besitzt (40) $2n$ reelle Wurzeln. Zu jedem \mathbf{I} gibt es also $2n$ Wellenbündel verschiedener Zusammensetzung und Polarisation, deren jedes aber im allgemeinen zu einer anderen Frequenz gehört. Umgekehrt müssen beim Randproblem, zu gegebener Frequenz und gegebenem \mathbf{f}_t $2n$ verschiedene Wellenbündel aufgesucht werden, welche den einfallenden Strahl gemeinsam fortsetzen.

Obwohl diese Verhältnisse aus den früheren Darstellungen der dynamischen Theorie teils bekannt sind, mag es erlaubt sein, hier ausdrücklich darauf hinzuweisen, daß die beschriebene Strahlkopplung eine Doppel- bzw. $2n$ -fach-Brechung der Röntgenwellen im Kristall bedeutet, deren Ursache in einem ganz anderen Mechanismus liegt, als die gewöhnlich betrachtete Anisotropie der Elektronenbindung. Die hier zutage getretene Vielfachbrechung ist — auch hinsichtlich der Polarisationen — durchaus ein Ergebnis des dynamischen Wechselspiels der einander zustreuenden

Wellen; v. Laue hat bei der Begründung des Ansatzes (37) die Elektronen als frei, die Dielektrizitätskonstante des Mediums skalar angesetzt¹⁾.

Nun ist schon von verschiedenen Forschern bemerkt worden, daß das Kopplungsproblem (37) sich in zweimal die einfachere Form (9) spalten läßt, wenn die Strahlen \mathbf{R}_j alle in einer Ebene liegen. Dann gilt nämlich (9) bzw. (8) einmal, wenn die elektrischen Schwingungsrichtungen aller Strahlen n senkrecht zur Ebene der \mathbf{R}_j liegen, ein zweites Mal (mit abgeänderten Streuamplituden), wenn die \mathbf{D}_m in dieser Ebene liegen. In diesen Fällen gelten also hinsichtlich jeder der beiden Dispersionsflächen dieselben Verhältnisse wie für skalare Wellen, deshalb genügt hier die Diskussion der Eigenwertfläche in den Abschnitten 2 bis 4 zur Veranschaulichung aller Möglichkeiten.

Anders im Falle beliebiger schiefer Strahlenbündel, in welchem unsere Betrachtung der Eigenwertfläche offenbar ergänzt und auf den besonderen Bau der Gleichung (40) abgestimmt werden muß. Doch soll das an anderer Stelle geschehen.

¹⁾ Eine Erweiterung seiner Ansätze ist unter seiner Leitung von L. Posener, Ann. d. Phys., **19**, 849, 1934 gemacht worden. — Von der hier betonten dynamischen Doppelbrechung handelt auch die Arbeit von J. Weigle in Helv. Phys. Acta **11**, 159, 1938, die während der Drucklegung dieser Zeilen erschienen ist.

Mikroskopische Beobachtungen an Strichgittern mit periodischen Teilungsfehlern. III.

Von H. F. W. Siedentopf in Jena.

Mit 9 Abbildungen. (Eingegangen am 17. März 1938.)

Nichtkonforme Abbildungen nahe der Grenze des Auflösungsvermögens bei scharfer oder unscharfer Abbildung eines Leuchtfeldspaltes oder einer Halbebene im Gitter. — Feinere Annäherung an die Grenze des Auflösungsvermögens durch Verdrehung von Öffnungsspalt oder Teilung zur Abbildungsprüfung. — Nachweis der periodischen Teilfehler aus den periodischen Bild-„Wiederholungen“.

Mikroskopische Beobachtungen an Beugungsgittern dienen zur experimentellen Prüfung der Abbildungsgesetze und beschäftigen sich demnach mit den Grundlagen der Mikroskopie. Außer dieser theoretischen Bedeutung liefert ihre methodische Fortentwicklung hochempfindliche Nachweise von Teilungsfehlern für die Anwendung auf die Prüfung von Präzisionsteilungen. In zwei vorhergehenden Mitteilungen, die unter dem gleichen Titel erschienen sind, ergab sich der Nachweis des Einflusses periodischer Teilungsfehler auf die Beugungsspektren im Öffnungsbild und auf die sekundäre Abbildung des Objektes. Die erste Mitteilung befaßte sich mit dem periodischen Fehler, dem jeder zweite Gitterstrich unterliegen kann, wenn gewisse Elemente der Teilmaschine gerade in diesem Zahlenverhältnis zur Teilung stehen. Letzteres ist der Fall bei einer von den drei Teilungen der Diffraktionsplatte nach Abbe, die für einfache Beugungsexperimente zur Theorie der mikroskopischen Bilderzeugung nach Abbe seit langem benutzt wird und bei welcher jeder zweite Strich halb so lang wie die anderen gezogen wird (diese Mitt. Fig. 6). Im Falle dieses Fehlers entstehen durch Beugung an der feinen Teilung *Zwischenspektren*, die einem doppelt so groben Gitter entsprechen und welche im nicht-konformen Gitterbilde bei Einengung des Öffnungsbildes zum Verschwinden jedes zweiten Gitterzwischenraumes führen¹⁾. Die zweite Mitteilung bringt wohl den ersten mikrophotographischen Nachweis von Rowland-Geistern im Öffnungsbilde des Mikroskops und stellt deren Zusammenhang her mit auffälligen nicht-konformen Abbildungen von Gitterstörungen²⁾. Wir können nach diesen im Objektbilde und im Öffnungsbilde feststellbaren Merkmalen periodische Fehler von Mikro-Testplatten nicht mehr als „weniger“ von Bedeutung

¹⁾ H. Siedentopf, ZS. f. Phys. **107**, 251, 1937. — ²⁾ H. Siedentopf, ZS. f. Phys. **108**, 279, 1938.

erklären, wie das z. B. für die Mikro-Testplatten nach Grayson in Anspruch genommen wurde¹⁾).

Abbildung guter Strichplatten als schlechte. In der Beurteilung gewisser Merkmale im *Objektbilde* ist aber Vorsicht geboten, denn wir können auch bei Teilungen, die praktisch frei von solchen periodischen Fehlern sind, dennoch auffällige nicht-konforme Abbildungen bekommen, wenn wir den Eintrittsspalt nicht in den Blendenträger legen, sondern in die Ebene der Leuchtfeldblende. Wir wählen für unsere Abbildungen einige *zurückgelegte* Diffraktionsplatten nach Abbe, von denen eine mit *S* bezeichnete erst in der sechsten Beugungsordnung den ersten Rowland-Geist in der gleichen Weise zeigte, wie eine andere Diffraktionsplatte 5 in der dritten Ordnung.

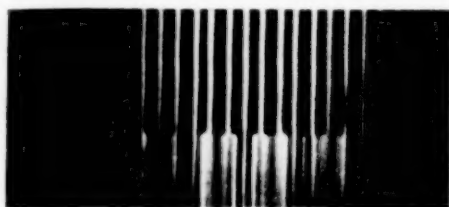


Fig. 1 a. Nicht-konforme Abbildung bei unscharfer Spaltabbildung im Gitter. 100 \times .

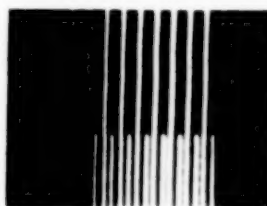


Fig. 1 b. Dasselbe bei weniger unscharfer Spaltabbildung zur Gitterbeleuchtung. 100 \times .

(vgl. Fig. 1 a der zweiten Mitt., I. c. S. 281). Danach kann die Amplitude eines periodischen Fehlers in der Platte *S* etwa halb so groß angenommen werden als bei der Platte 5. Als Lichtquelle diente eine Gleichstrom-Punktlichtlampe mit Grünfilter ($\bar{\lambda} = 0,538 \mu$). Der etwa 30 cm vor dem Mikroskop in der Ebene der Leuchtfeldblende der Lampe befindliche Spalt von 0,1 mm Breite ist im Gitter abgebildet. Als Kondensor diente ein Mikroskopobjektiv in einer Zentriervorrichtung, wie sie für Dunkelfeldkondensoren Zeiß gebräuchlich ist. Da bei scharfer Abbildung nur etwa *ein* Strich des Gitters beleuchtet würde, ist man geneigt, eine *unscharfe* und dafür etwas breitere Abbildung zur Beleuchtung eines Gitterteiles (Fig. 1 a) vorzuziehen.

Zur Abbildung des Gitters wird in dieser Mitt. ein für Demonstrationen mit der Diffraktionsplatte üblicher Achromat 6fach Zeiss von 0,17 Apertur benutzt, der aber durch zwei Schieber im Diffraktionsapparat nach Abbe, der zwischen Objektiv und Tubus angeschraubt wird, im Falle der Fig. 1 a soweit gedrosselt ist, daß die feine Teilung nur noch stellenweise aufgelöst ist. Wir erkennen, daß bei dieser unscharfen Spaltabbildung im Gitter

¹⁾ W. Stone, ZS. f. Instr. **55**, 468, 1935.

die grobe Teilung mit nicht-konformer Abbildung erscheint, innerhalb des Ovals, das den Bereich dieser unscharfen Abbildung des beleuchtenden Spaltes auf das Objekt bei 100facher Vergrößerung darstellt. Man würde nach dieser Figur nicht mehr von einer Gitterkonstante sprechen können, wie es nach der anders hergestellten Fig. 6 desselben Objekts der Fall ist. Die bei dieser Beleuchtung ganz ungleich gewordenen Strichabstände zeigen sich außerdem als eine Funktion des Ortes, indem sie sich beim Verschieben des Gitters entgegengesetzt darüber hinwegbewegen. Die Strichabstände im Bilde ändern sich auch, wenn wir die Fokussierung der Beleuchtung ändern, und zwar bei weniger unscharfer Spaltabbildung in dem Sinne, daß die Strichabstände der groben Teilung weniger ungleichmäßig



Fig. 2. Abbildung einer Halbebene auf das nicht aufgelöste Gitter.

werden (Fig. 1 b), ferner wird jetzt das feine Gitter aufgelöst, aber nicht-konform abgebildet, indem die an sich genügend gleichen Abstände der halblangen Striche der feinen Teilung nicht gleich weit von den langen Strichen der groben Teilung abliegen, sondern in der linken Bildhälfte eine entgegengesetzt unsymmetrische Lage einnehmen, wie in der rechten.

Für die nicht-konformen Abbildungen der Fig. 1 a und 1 b können wir nach dem dritten Teil dieser Mitteilung eine Erklärung finden, die auf dem Nachweis einer ungleichmäßigen Intensitätsverteilung außerhalb der Bildebene

beruht, die hier zu einer Art Moiréwirkung führt. Wir können diese nicht-konformen Abbildungen vielfach variieren. Einen auffälligen Sonderfall, den wir bei der Abbildung einer Halbebene auf das Gitter beobachten, greifen wir heraus (Fig. 2). Die Öffnung des Objektivs sei durch die Schieber so bemessen, daß das grobe Gitter gerade gelöst wird, aber nicht mehr das feine Gitter. Daß beim groben Gitter die Apertur senkrecht zu den Gitterstrichen zur Auflösung gerade ausreicht und nicht mehr als zwei Beugungsspektren aufnimmt, erkennen wir daran, daß beim groben Gitter die hellen Spalten und dunklen Zwischenräume gleich breit erscheinen im Gegensatz zu Fig. 6, bei welcher neun Beugungsordnungen für die grobe Teilung im Bilde mitwirkten.

Der unter etwa 45° zu den Gitterstrichen verlaufende Rand der Halbblende ist genau auf das Gitter fokussiert. Es erscheint der Rand aber nicht scharf und geradlinig, sondern als Treppe auf dem gleichmäßig hellen Felde der nicht aufgelösten feinen Teilung, für welche nur ein einziges

Beugungsbild mitwirkt. Hier stört also umgekehrt das feine Gitter, trotzdem es nicht aufgelöst ist, die Abbildung des geradlinigen Randes der Halbblende und gibt genau so viel Treppenstufen, als das feine nicht aufgelöste Gitter Striche hat. Es wäre aber wohl zu weitgehend, hierauf eine *praktisch* brauchbare Methode zur Ausmessung ultramikroskopischer Gitter zu gründen¹⁾, da wir bemerken, daß die Methode nur für etwa rechteckige Öffnungsbilder des Objektivs anwendbar ist, aber nicht für kreisrunde. Steht uns aber einmal eine rechteckige Objektivöffnung zur Verfügung, deren längere Seite parallel zu den Gitterstrichen liegt, dann brauchen wir ja nur diese rechteckige Öffnung z. B. mit der Drehvorrichtung im Diffraktionsapparat gegen das Gitter zu drehen, um auch das feine Gitter aufzulösen, weil die zu den Gitterstrichen senkrechte Beugungswirkung nun nicht mehr parallel der kurzen Seite der rechteckigen Öffnung liegt, sondern in der Schräge, in welcher von einer gewissen Drehung ab ein zur Auflösung genügender Aperturbereich wirksam wird (Fig. 3c). —

Gitterabbildung bei stetiger Annäherung an die Grenze des Auflösungsvermögens. Wenn man nicht die Absicht hat, Messungen auf ultramikroskopischem Gebiet auszuführen, sondern sich zum Zwecke der Gitterprüfung von der *mikroskopischen* Seite her möglichst der Grenze der Gitterauflösung nähern will, wobei *Stellen geringsten Abstandes* zuerst ihre Auflösung verlieren müssen, so lassen sich bei rechteckiger Objektivöffnung Drehvorrichtungen auch zu empfindlichen Messungen praktisch verwerten. Man kann auch auf diese Weise vereinzelt kleinen Störbereichen und unregelmäßigen Gitterstörungen, die die Veranlassung zu sehr verstreuten Lyman-Geistern²⁾ im Öffnungsbild geben, auf die Spur kommen. Über die Genauigkeit orientiert ein einfacher Versuch, z. B. aus den Drehwinkeln φ_f für weißes Licht und ein möglichst enges Farbfilter und φ_{Hg} für die grüne Quecksilberlinie, die für Auflösungsversuche wirksame Wellenlänge des Grünfilters zu bestimmen. Das mikroskopische Ergebnis $\bar{\lambda} = 0,538 \mu$ wurde durch einen hochempfindlichen Gitterspektrographen bestätigt.

Man kann die Verdrehung auf drei verschiedene Weisen ausführen, deren Beugungswirkung durch die Fig. 3a bis 3d kurz erläutert sind. In Fig. 3a sind Spalt, Gitterstriche und Längsseite der rechteckigen Blende in der Objektivöffnung parallel: Die Schmalseite ist so dimensioniert, daß

¹⁾ J. Th. Großmüller u. C. Lakeman, ZS. f. Phys. **59**, 215, 1930. —

²⁾ Th. Lyman, Phys. Rev. **16**, 257, 1903; R. W. Wood, Phil. Mag. (6) **46**, 750, 1923.

die Beugungsbilder erster Ordnung $A' B'$ und $A'' B''$ abgeblendet werden. Verdreht man jetzt mit dem Diaphragmenträger des Mikroskops den Spalt allein, dann drehen sich alle Beugungsbilder um ihre Mitten $M M' M''$, bis die Auflösung eintritt (Fig. 3b). Diese beginnt dann, wenn das obere

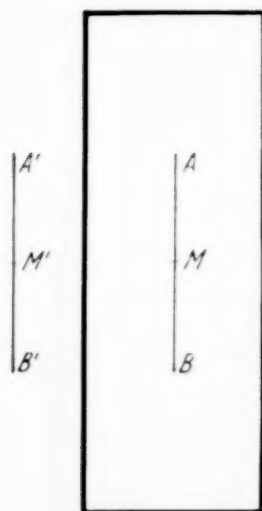


Fig. 3a. Parallelstellung von Spalt, Gitter und Öffnungsblende.

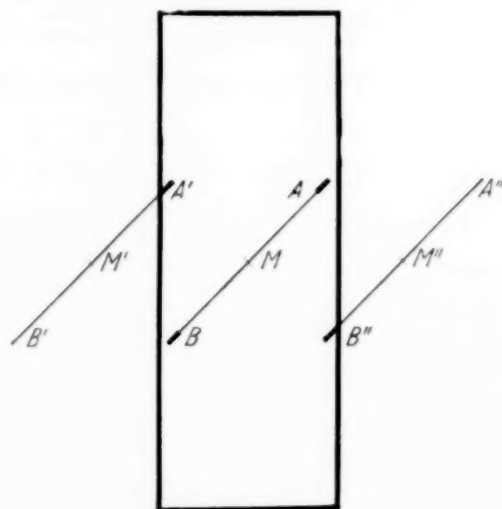


Fig. 3b. Verdrehen des Spaltes.

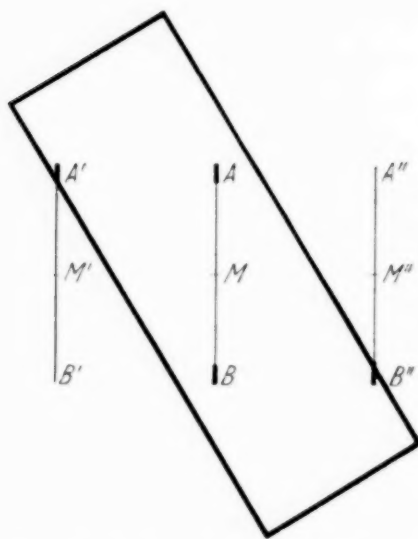


Fig. 3c. Verdrehen der Öffnungsblende.



Fig. 3d. Verdrehen des Gitters.

Ende A' des ersten linken Beugungsbildes in die rechteckige Objektöffnung eintritt und mit dem homologen Ende A des direkten Spaltbildes, das mit A' phasengleich ist, in der Bildebene interferieren kann, in gleicher Weise wie B mit B' , so daß die oberen und unteren Enden der ersten Beugungsbilder das gleiche Gitterbild mit gleich breiten hellen und dunklen Streifen liefern. Hierbei wirkt die zwischen A und B liegende Strecke des

Hauptspaltbildes verschleiern auf das Interferenzbild, weil dieser Strecke der homologe Interferenzpartner noch fehlt. Zweitens kann man Spalt und Teilung parallel lassen und durch Drehen des Diffraktionsapparates die rechteckige Öffnung verdrehen (Fig. 3c). Drittens bleibt Spalt und Öffnung parallel, aber das Gitter wird mit dem dreh- und zentrierbaren Kreutztisch des Mikroskops gedreht. Man erkennt, daß hier bei passender Abgrenzung der Leuchtpalthöhe durch Zuziehen der Irisblende im Diaphragmenträger erstens jede Verschleierung beseitigt wird und daß zweitens das *ganze* Beugungsbild erster Ordnung gleichzeitig in die rechteckige Objektivöffnung eintreten kann. Bei der in Fig. 3d gezeichneten Drehung α bleibt die erste Beugungsordnung noch etwas außerhalb der gezeichneten Objektivöffnung, während sie bei der Drehung β bereits voll in die Öffnung eingetreten ist und *jeder* Punkt der ganzen Strecke von A' bis B' nicht

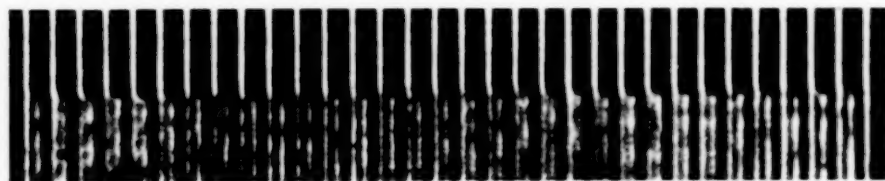


Fig. 4. Strichplatte 5 mit zwei periodischen Fehlern der feinen Teilung. 168 \times .

nur einen, sondern zwei homologe Interferenzpartner zwischen A und B und zwischen A'' und B'' bekommt. Zu den hierbei ausgeführten Winkelmessungen dient das Goniometerokular Zeiss, das direkte Gradablesung gibt und mit Lupe eine Zehntelschätzung gestattet. Die Meßgenauigkeit hängt von der Zentriergenauigkeit des benutzten Mikroskops ab. Beim Drehen des Gitters ist eine kleine Korrektur für einen etwaigen Keilfehler des Objektträgers anzubringen.

Bei der Beurteilung der an der Grenze des Auflösungsvermögens erhaltenen Gitterabbildungen ist natürlich zu beachten, daß viele Einzelheiten der Gitterstörungen nicht-konform, übertrieben oder verzerrt dargestellt sind. Mit diesem Vorbehalt geben sie aber doch charakteristische Auskünfte, die wohl auf andere Weise gar nicht oder nicht so gut zu erhalten sind. Die folgenden Aufnahmen 4 und 5 sind *ohne* Kondensor, mit Hohlspiegel und mit Beleuchtungsspalt im Diaphragmenträger hergestellt. In Fig. 4 ist bei 168facher Vergrößerung mit $\lambda_{\text{Hg}} = 0,546 \mu$ und 0,1 mm Spaltbreite eine Diffraktionsplatte 5 dargestellt. Wir erkennen die kurzen Striche der feinen Teilung als nach links gegen die Mitte zwischen den langen Strichen verschoben, wobei sich der Abstand vom rechts benachbarten langen Strich

als übertrieben breiter, dunkler Zwischenraum darstellt. Diese *Unsymmetrie* entspricht dem *ersten* periodischen Fehler der feinen Teilung der Platte 5 für jeden zweiten Strich: sie ist durch die Auswahl der die Abbildung bewirkenden Beugungsspektren im Öffnungsbild stark übertrieben. Außerdem zeigt sie einen auffälligen Gang, indem die schmalen linken Zwischenräume der kurzen Striche etwa unter dem von links her gezählten elften Intervall der langen Striche die größte Deutlichkeit zeigen und ebenso etwa im letzten 31. Intervall, entsprechend einem *zweiten* periodischen Fehler, der einen Bereich von 20 Intervallen der groben Teilung umfaßt und beim 11. und 31. Zwischenraum ein *Maximum* dieser Intervalle erzeugt. Deshalb zeigt sich hier eine bessere Auflösung als in den dazwischen liegenden Bereichen, in denen beim 1. und 21. Intervall die Minima des zweiten periodischen Fehlers der Strichabstände liegen. Auch die mikroskopischen Ausmessungen von mikrophotographischen Aufnahmen dieser Diffraktionsplatte 5 zeigen einen gleichen, annähernd sinusförmigen Gang in den Intervallen. Es gelingt nun durch allmähliches Drehen des Gitters gegen die rechteckige Öffnung des Objektivs und den zur langen Seite dieser Öffnung parallelen Spalt, der Reihe nach ein schmales Intervall der feinen Teilung nach dem anderen aufzulösen, beginnend mit den beiden Stellen, in denen der zweite periodische Fehler sein Maximum hat, bis schließlich auch die Stellen der beiden Minima gelöst sind. Man kann so noch benachbarte Stellen mit weniger als $0,1 \mu$ Differenz in der Intervallgröße unterscheiden, obgleich das durch die rechteckige Blende abgedrosselte Objektiv nur Intervalle von über 7μ Breite auflöst, d. h. wir können benachbarte Intervalle von $7,4$ und $7,5 \mu$ durch verschiedene Drehwinkel, die zur Auflösung nötig sind, sofort unterscheiden. Für die Wahrnehmung der Auflösung genügt es, wenn nur ein kleiner Teil von der Breite des ersten Beugungsspaltbildes in den Blendenrand des Objektivs eintritt, gerade groß genug, um gegen die Schleierwirkung des noch nicht zur Interferenzwirkung kommenden Restes des Hauptspaltbildes genügend zu kontrastieren. Man fühlt also bei der Beobachtung der fortschreitenden Auflösung durch langsame Drehung des Gitters den Gang des periodischen Fehlers vom Maximum bis zum Minimum hin ab. Übrigens werden wir in Fig. 9a am gleichen Objekt noch ein gänzlich anderes Verfahren des Nachweises der gleichen Stellen als Maximum und Minimum des Strichabstandes kennen lernen.

Eine andere Diffraktionsplatte 4 ist in Fig. 5a dargestellt. Man erkennt den Drehwinkel der Strichplatte gegen den Spalt an der Grenze zwischen grober und feiner Teilung an den *schrägen* Zacken, deren Schräge der Richtung des Spaltes entspricht. Die unscharfen Staubeilchen sind ab-

sichtlich auf dem Deckglase belassen. Davon unterscheidet sich ganz unten im Bilde die Wirkung eines winzigen Bläschens in der Kanadabalsamschicht, das durch Brechung ähnlich wie bei der Schlierenmethode die Beugungsbilder im Öffnungsbild ein wenig verschiebt, was aber ausreicht, an dieser Stelle eine Art optischer Auflösung zu erzeugen. An einer anderen Diffraktionsplatte 2 vermuten wir einen schwach wellenartigen Verlauf der Striche (Fig. 5b). Beide Aufnahmen 5a und 5b sind mit Punktlichtlampe und dem erwähnten Grünfilter hergestellt. Hiermit kommen wir unter voller Ausnutzung der mikroskopischen Möglichkeiten so winzigen Abweichungen auf die Spur, daß sie für den Gebrauch der Diffraktionsplatte nicht mehr als schädlich wirken. Als für diese Zwecke ausreichend



Fig. 5a.



Fig. 5b.

Darstellung mikroskopischer Gitterstörungen. 71 \times .

stellen wir die Diffraktionsplatte *S* hierher (Fig. 6), mit der wir uns im nächsten Abschnitt weiter beschäftigen. Die Aufnahme ist mit dem gleichen Objektiv wie bisher hergestellt, aber ohne Abblendung im Öffnungsbild, so daß für die Abbildung der feinen Teilung fünf und der groben Teilung neun Beugungsbilder im Öffnungsbild des 0,1 mm breiten Spaltes bei $\lambda_{Hg} = 0,546 \mu$ wirkten.

Mikroskopische Gitteranalyse durch die periodischen „Wiederholungen“ der Gitterbilder. Wir können ein weiteres mikroskopisches Verfahren zum Vergleich heranziehen, das die bekannte¹⁾ Tatsache benutzt, daß man bei Verwendung eines genügend schmalen Spaltes und mit monochromatischem Licht nicht bloß eine bevorzugte Einstellung des Mikroskops wie mit

¹⁾ Lord Rayleigh, Phil. Mag. (5) 11, 202, 1881.

weißem Licht hat, sondern mehrere äquidistante Einstellungen findet, die Bilder mit gleicher Gitterkonstante liefern. Der Höhenunterschied dieser Einstellungen ergibt mit der Wellenlänge multipliziert das Quadrat der Gitterkonstante d , so daß man aus dieser Beziehung bei zwei gegebenen Größen die dritte berechnen kann. Die Periode ist sonst unabhängig von Objektiv und Vergrößerung und sie wird in unserem Falle des feinen Gitters für eine Gitterkonstante von $8\ \mu$ und $\lambda_{\text{Hg}} = 0,546\ \mu$ zu $h = 117\ \mu$. Man braucht das Vierfache dieses Hubs, wenn man *gleichzeitig* die vierte Wieder-

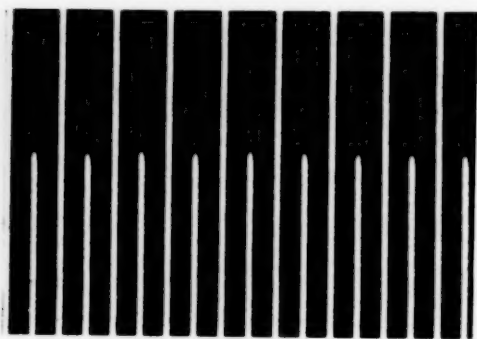


Fig. 6. Diffraktionsplatte S. $332\times$.

holung der feinen und die erste Wiederholung der groben Teilung (Gitterkonstante $16\ \mu$) scharf einstellen will, um einen Vergleich mit Fig. 6 der Abbildung in der Haupteinstellungsebene zu haben. Dazwischen liegen in den Abständen mh/n extrafokale Bilder von feineren nicht-konformen Strichabständen d/n , wobei m und n ganze und zueinander teilerfremde

Zahlen sind. Wie weit man die Zahlen m und n ausdehnen kann, hängt von der Apertur des Objektivs, der Strichzahl und Strichbreite und von der Breite des Spaltes ab.

Es ergab sich aber *keineswegs eine völlige Identität* der periodisch wiederkehrenden Bilder. Erstens wurde die Zahl der Intervalle an beiden Gitterrändern bei jeder Wiederholung vermehrt, so daß sich bei der achten Wiederholung die Anzahl der 26 langen Striche der S-Platte fast verdoppelt. Zweitens war die Breite der hellen Spaltstriche in der wohldefinierten Haupteinstellungsebene am schmalsten und wuchs etwas mit jedem Neuauftauchen. Drittens erfolgt diese Zunahme um so mehr, je geringer die Anzahl der Spaltstriche ist. Aber noch bei zwei Spaltstrichen kann man die Periode feststellen. Viertens erscheinen in der bevorzugten Einstellebene die zwischen den langen Strichen liegenden Enden der halblangen Striche stumpf, sie werden in jeder vierten Wiederholung spitzer. Fünftens wird jede Wiederholung empfindlicher gegen die geringsten Fehler in der Parallelität von Spalt und Gitterstrichen. Sechstens verschieben sich alle Wiederholungen um so mehr seitlich, wenn man von gerader zu geneigter Beleuchtung übergeht. Nur in der Haupteinstellungsebene bleibt hierbei das Bild stehen. Siebentens zeigen Gitter mit periodischen Teilungsfehlern wegen deren „Brennpunkts“-eigenschaften eine Art Wiederholung jeweils nur für *bestimmte* Strichgruppen (Fig. 9a und 9b).

Aus der Periodenbeziehung zur Gitterkonstante folgt bei der ersten Wiederholung der feinen Teilung eine viermal zu feine Teilung des doppelt so groben Gitters (Fig. 7a), deren Striche jedoch nicht gleich erscheinen, sondern es sind deren halblange Striche abwechselnd hell und schmal oder breit und dunkel. Deutlich laufen die unteren Enden der schmalen Striche

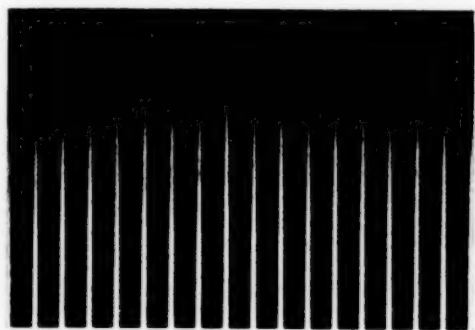


Fig. 7a. Erste Wiederholung der feinen Teilung. Vierfach zu enge Darstellung der groben Teilung. 332 \times .

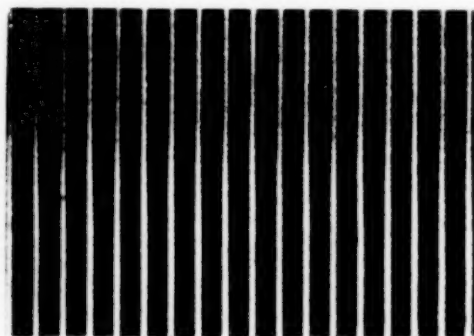


Fig. 7b. Zweite Wiederholung der feinen Teilung. Doppelt zu enge Wiedergabe der groben Teilung. 332 \times .

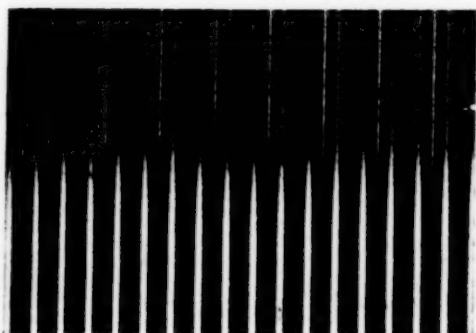


Fig. 7c. Dritte Wiederholung der feinen Teilung. Vierfach zu enge Darstellung der groben Teilung. 332 \times .

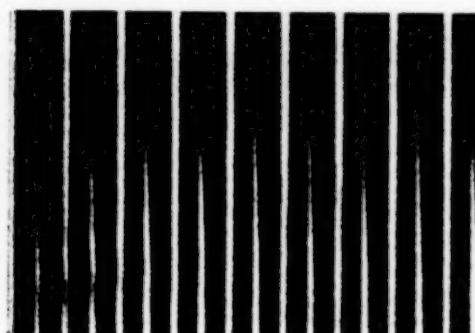


Fig. 7d. Vierte Wiederholung der feinen Teilung. Erste Wiederholung der groben Teilung. Spaltbreite 0,1 mm. 332 \times .

in einer Spitze aus und lassen schon daran erkennen, daß man es mit Wiederholung zu tun hat.

In der zweiten Wiederholung der feinen Teilung (Fig. 7b) erkennt man den Bereich der groben Teilung, die hier doppelt zu eng wiedergegeben wird, nur durch die etwas dunklere Tönung. Deren Striche erscheinen schmäler als die der wiederholten feinen Teilung. Nach weiteren 117 μ Hub erhalten wir die dritte Wiederholung der feinen Teilung (Fig. 7c), bei welcher der Auslauf der Spitzen noch länger geworden ist. Daß die Striche zufällig etwas feiner erscheinen, liegt an Verschiedenheiten der Aufnahme und der Reproduktion. Bemerkenswert sind die Ungleichen der Strichabstände

und der Strichwiedergabe im Bereich der groben Teilung, die im Idealfall der Teilung nicht auftreten sollten. Bei der vierten Wiederholung der feinen Teilung (Fig. 7d) erfolgt die erste Wiederholung der groben Teilung als Zeichen, daß deren Teilung eine gerade doppelt so große Gitterkonstante hat wie die feine Teilung. Wir beachten außer der Verbreiterung der Striche den spitzen Auslauf der halbblangen Striche der feinen Teilung. An diesen Ausläufen beobachtet man eine starke Verbiegung, wenn man den Spalt eine Spur gegen die Teilung verdreht, so daß man damit ein ausgezeichnetes Hilfsmittel zur Parallelstellung von Spalt und Teilung hat.

Diese Wiederholungen sind, wie schon erwähnt, in Einzelheiten von der Spaltbreite abhängig. Während die Fig. 7d mit 0,1 mm Spaltbreite



Fig. 8a. Vierte Wiederholung der feinen Teilung mit 0,52 mm Spaltbreite. 332 \times .

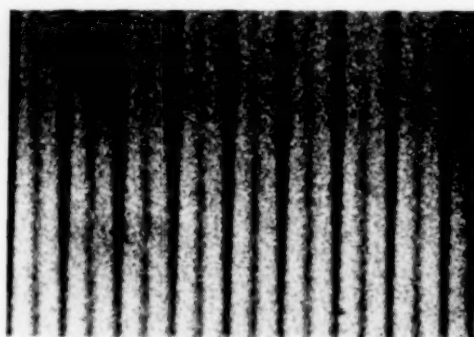


Fig. 8b. Vierte Wiederholung der feinen Teilung mit 1,02 mm Spaltbreite. 332 \times .

hergestellt wurde, zeigt Fig. 8a die gleiche vierte Wiederholung derselben Diffraktionsplatte *S*, aber aufgenommen mit 0,52 mm Spaltbreite. Das Bild ändert sich noch mehr, wenn wir die Spaltbreite auf 1,02 mm vergrößern (Fig. 8b). Wenn auch die Gitterkonstante der groben und der feinen Teilung wiedergekehrt ist, so sind doch infolge der Verbreiterung der hellen Streifen die schwarzen Zwischenräume so zusammengeschrunpft, daß sie selbst wie Striche wirken und die verbreiterten Spalten als Hintergrund. Gegen die gleiche Darstellung in Fig. 7d mit 0,1 mm Spalt erscheint die Wiedergabe in Fig. 8b wie ein Negativ dazu.

Bei der mikroskopischen Beobachtung kann man feststellen, daß bei jeder ungeradzahligen Wiederholung der betreffenden Teilung die Mitten der Spaltbilder um eine halbe Gitterkonstante verschoben sind. Die sämtlichen extrafokalen Beobachtungen ergeben sich in gleicher Weise bei entsprechender Senkung der Mikroskopeinstellung. An Teilungen mit periodischen Fehlern gelingt es nicht mehr, die Wiederholungen so zu

fokussieren, daß die Wiederholungen in der *ganzen* Teilfläche mit gleicher Gitterkonstante erscheinen. Das ist ohne weiteres verständlich, da ja die Periode von Hub oder Senkung bei der vierten Wiederholung mit dem vierfachen Quadrat der Strichabstände variiert, also für Stellen mit abweichenden Strichabständen sich in dem Sinne ändern muß, daß sie sich verkleinert für Bereiche mit den kleinsten und vergrößert für solche mit den größten Strichabständen. Die Bereiche der Maxima müssen also mit dem

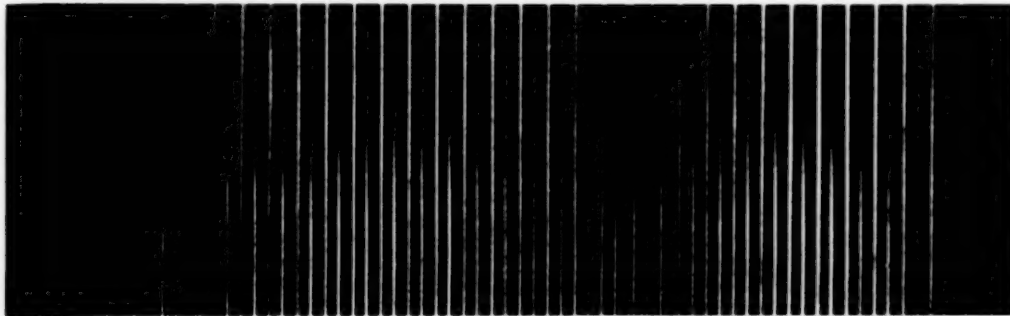


Fig. 9a. Diffraktionsplatte 5. Vierte Wiederholung der feinen Teilung.
Hocheinstellung. 171 \times .

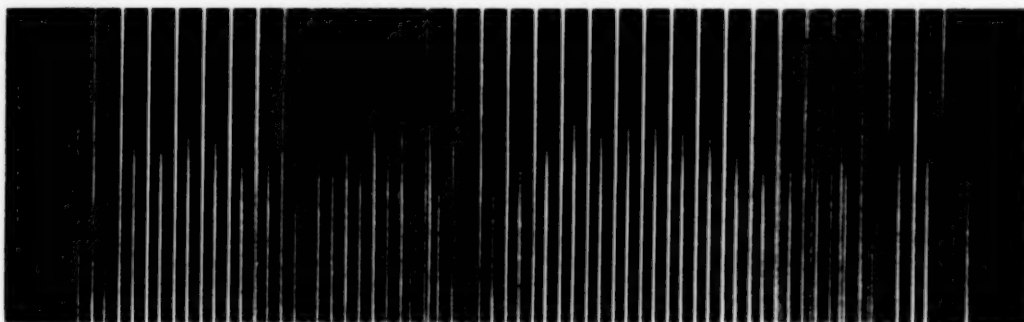


Fig. 9b. Diffraktionsplatte 5. Vierte Wiederholung der feinen Teilung.
Tiefeinstellung. 171 \times .

Mikroskop höher als die der Minima bei den Wiederholungen eingestellt werden. Damit bekommen wir eine genaue Auskunft über Phase und Bereich des periodischen Fehlers und wir können auch nach dem Hubunterschied Aussagen über die Amplitude machen. In Fig. 9a kommen die Bereiche *maximaler* Gitterkonstante scharf zur Darstellung. Das sind bei der gleichen Diffraktionsplatte 5 dieselben Gebiete der feinen Teilung, die wir in Fig. 4 als Stellen leichterer Auflösbarkeit feststellten. Die Gebiete mit den zahlreichen sehr eng liegenden Strichen geben natürlich keine getreue Darstellung der dort vorliegenden Teilung, sondern liegen extrafokal, da sie eine kürzere Periode bis zur vierten Wiederholung haben.

Die extrafokalen Stellen müssen dann etwa eine n -fache Vervielfältigung der Striche zeigen, wenn sie einem Hub von mh/n entsprechen, wobei sich jetzt das h auf ihre Gitterkonstante bezieht. In Fig. 9b stellen sich die Bereiche vor, die dem *Minimum* des zweiten periodischen Fehlers unserer Platte 5 entsprechen. Diese Platte hat 31 Intervalle der groben Teilung. Es sind durch die Randwirkung auf jeder Seite neue Intervalle bei der vierten Wiederholung hinzugekommen. Die Aufnahmen sind vom Verfasser mit 0,1 mm Spaltbreite im grünen Quecksilberlicht auf hochempfindlichen orthochromatischen Eisenberger Platten mit 8 Min. Exp. gemacht.

In dieser und den beiden vorhergehenden Mitteilungen sind mehrere *Verfahren zur mikroskopischen Gitteranalyse* mitgeteilt, die sich zu qualitativen und zu quantitativen Vergleichsbestimmungen des periodischen Fehlers eignen, wobei besonders gute Übereinstimmung in Phase und im Bereich des periodischen Fehlers festgestellt wird.

Magnetische Energiebestimmung der Teilchen der kosmischen Ultrastrahlung.

Von **Henri D. Rathgeber** *).

Mit 8 Abbildungen. (Eingegangen am 17. März 1938.)

Beschreibung eines neuen Elektromagneten, der ein ausgedehntes und starkes Feld in Luft erzeugt, einer Zählrohrkoinzidenzanordnung zur Messung der Ablenkung, die die Ultrastrahlungsteilchen im Magnetfelde erfahren haben, und der erhaltenen Ergebnisse, die in Übereinstimmung mit den Resultaten der Wilson-Kammernmessungen sind. Es wird ferner gezeigt, daß bei früheren Ablenkungsversuchen in Eisen die ganze Induktion wirksam war, und daß die Ablenkungsversuche in elektrischen Feldern, bei neuer Energieberechnung, zu der gleichen mittleren Energie wie alle anderen Messungen führen.

Einleitung.

Im Jahre 1927 beobachtete Skobelzyn¹⁾ zum ersten Male in seinen Wilson-Kammer-Aufnahmen Bahnen, die länger waren als die der bisher bekannten schnellsten Teilchen radioaktiven Ursprungs, und zeigte zwei Jahre²⁾ später, daß sie ein Teil der 1911 von Hess³⁾ entdeckten kosmischen Ultrastrahlung sind. Durch Messungen mit Wilson-Kammern in starken Magnetfeldern⁴⁾ und mit Auslösung durch Geiger-Müller-Zählrohre in Koinzidenzschaltung⁵⁾ wurde gezeigt, daß diese Teilchen Energien von 10^6 bis über 10^{10} EV (Elektronenvolt) besitzen. Aus dem Breiteneffekt⁶⁾, d. h. der Abhängigkeit der Intensität der Ultrastrahlung von der geomagnetischen Breite, geht seinerseits unmittelbar hervor, daß die Ultrastrahlung mindestens zum großen Teil aus geladenen Teilchen besteht, deren Energie in dem genannten Bereich liegt.

Rossi und Mott-Smith⁷⁾ versuchten 1930 bis 1931 die Ablenkung, die Ultrastrahlungsteilchen in Magnetfeldern in *Eisen* erfahren sollten, mit Zählrohrkoinzidenzanordnungen zu messen. Dieses Verfahren, das wegen des großen Durchdringungsvermögens der Teilchen möglich ist und den Vorteil besitzt, daß ausgedehnte und starke Felder in Eisen leicht erzeugt werden können, führte zu einem negativen Ergebnis: Die erwartete Ablenkung der durch das Eisen hindurchgegangenen Teilchen wurde nicht

*) D 93.

¹⁾ D. Skobelzyn, ZS. f. Phys. **43**, 354, 1927. — ²⁾ D. Skobelzyn, ebenda **54**, 686, 1929. — ³⁾ V. F. Hess, Phys. ZS. **12**, 998, 1911. — ⁴⁾ C. D. Anderson, Phys. Rev. **41**, 405, 1932; P. Kunze, ZS. f. Phys. **80**, 559, 1933. — ⁵⁾ L. M. Mott-Smith u. G. L. Locher, Phys. Rev. **38**, 1399, 1931; P. M. S. Blackett u. G. Occhialini, Nature **130**, 363, 1932. — ⁶⁾ J. Clay, Proc. Roy. Acad. Amsterdam **30**, 1115, 1927. — ⁷⁾ B. Rossi, Nature **128**, 300, 1931; L. M. Mott-Smith, Phys. Rev. **39**, 403, 1932.

beobachtet. Zur Klärung dieser Unstimmigkeit und zur Energiebestimmung der Ultrastrahlungsteilchen wurden die im folgenden beschriebenen Versuche unternommen.

Ihr Grundgedanke war, das Feld nicht in Eisen, sondern in Luft herzustellen. Die Schwierigkeit, ein genügend starkes und dabei auch ge-

nügend ausgedehntes Feld in Luft, das Elektronen von $1 \cdot 10^9$ EV um eine gut meßbare Größe, 1 cm, ablenkt, zu erzeugen, wurde durch eine neue Magnetkonstruktion überwunden. Die Zählrohranordnung wurde so entwickelt, daß sie gegenüber den bekannten eine wesentlich größere Empfindlichkeit besaß und monatelang störungsfrei arbeitete.

Auch mit einer solchen Anordnung wurden nur sehr kleine Effekte gefunden. Die Erklärung dafür sowohl als auch für die Ablenkungsversuche durch Felder in Eisen wird darin gefunden, daß die Ultrastrahlung merklich gleich viel positive und negative Teilchen enthält.

Allgemeiner Aufbau der Meßanordnung.

Die Fig. 1 und 2 zeigen den grundsätzlichen Aufbau der aus äußeren Gründen im Erdgeschoß des Institutes unter drei Decken aufgestellten Meßanordnung. Drei senkrecht übereinander liegende Zählrohre Z 1, Z 2 und Z 3

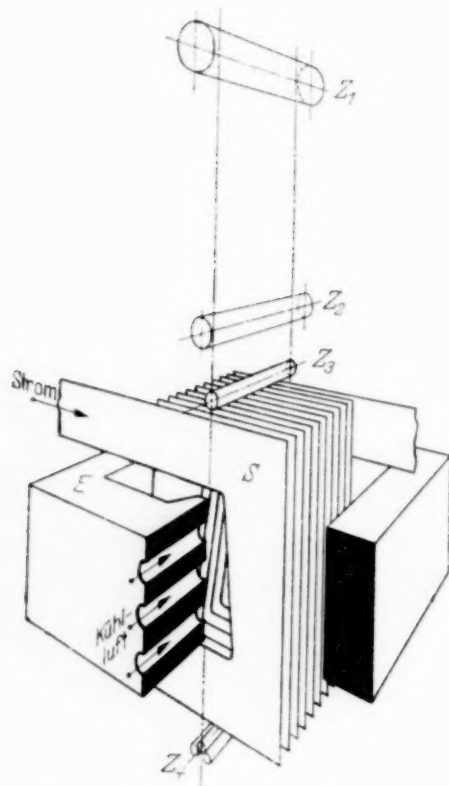


Fig. 1. Schaubild der gesamten Meßanordnung.

S Kupferwicklung, E Eisenschluß; Z1, Z2 und Z3 Zählrohre der Eingangsblende; Z4I, II, III unterteiltes und verschiebbares Meßzählrohr.

blenden ein Bündel von Ultrastrahlungsteilchen aus. Die Ablenkung, die dieses im Feld des darunter befindlichen Magneten S erfährt, wird mit dem untersten seitlich verschiebbaren und unterteilten Zählrohre Z4 gemessen. Die Zahl der gleichzeitigen Entladungen dieser Zählrohre, der Koinzidenzen, die identisch ist mit der Zahl der *alle* Zählrohre durchlaufenden Teilchen, wird in einem Verstärker von den anderen Zählrohr-entladungen getrennt und in Zählwerken registriert.

Der Magnet.

Im Gegensatz zu dem üblichen Aufbau der Elektromagnete, bei dem die Wicklung auf dem Eisen liegt und das Feld zwischen den Polschuhen

Dieser Aufbau hat verschiedene Vorteile:

1. Durch die im Verhältnis zum Querschnitt große, für den Wärmeübergang zur Verfügung stehende Oberfläche der Kupferlamellen wird eine außerordentlich große Belastbarkeit der einzelnen Windung erreicht.

2. Die Amperewindungszahl pro cm ist, trotzdem die Windungszahl aus Festigkeitsgründen nicht über 10 pro cm gesteigert werden kann, kaum begrenzt, da die Kupferbleche fast beliebig breit gemacht werden können und die Durchflutung entsprechend erhöht werden kann.

3. Das Feld ist sowohl in der Homogenität als auch in der Stärke annähernd das einer unendlich langen Spule. Eine Feldmessung mit drehbarer Probespule und ballistischem Galvanometer ergab keine Abweichungen der Feldstärke von der für die unendlich lange Spule berechneten, die größer als 6% waren.

4. Bei genügend großem Eisenschluß ist das Streufeld im Außenraum klein; an der Stelle des Zählrohres Z 3 betrug es bei 5000 Orsted innerhalb der Spule, nur 150 Orsted, um in 50 cm Entfernung auf weniger als 1 Orsted abzusinken.

5. Der Öffnungslichtbogen beim Abschalten des Magneten wird durch die Messingplatten, die als Kurzschlußwindungen wirken, unterdrückt.

Die Daten des ausgeführten Magneten sind:

Mittlerer Leiterquerschnitt	$80 \cdot 0,7 \text{ mm} = 56 \text{ mm}^2$
Widerstand der ganzen Wicklung bei 20°C	0,028 Ohm
Windungszahl	140
Kühlfläche	10 m^2
Kühlmittel: Luft von 0,1 atü	$10 \text{ m}^3/\text{min}$
Länge des Feldes in Kraftlinienrichtung	15,0 cm
Länge des Luftraumes in Teilchenrichtung	16,0 cm
Mittlere Länge des Feldes in Teilchenrichtung	$L = 19,5 \text{ cm}$
Mittlere Kupferdicke in Teilchenrichtung	9,8 cm
	$= 7,7 \text{ cm Bleiäquivalent} = 87 \text{ g/cm}^2$
Gewicht der Wicklung	42 kg
Gewicht des Eisenschlusses	65 kg
Erreichte Feldstärken im Dauerbetrieb	
bei 420 A	4900 Orsted
„ 600 A	7000 „
Gütezahl, definiert durch das Verhältnis der Energie des Magnetfeldes des gesamten nutzbaren Raumes $\frac{1}{8\pi} \int H \cdot B \, dv$ zur in einer Sekunde zu seiner Aufrechterhaltung aufgewendeten Energie	
	0,032
Magnet nach Lange ¹⁾ bei 40000 Orsted	0,017

¹⁾ H. Lange, Phys. ZS. **38**, 384, 1937.

Die Koinzidenzapparatur.

Es ist zuerst von Bothe und Kolhörster¹⁾ gezeigt worden, daß gleichzeitige Entladungen von benachbarten Zählrohren durch und nur durch ionisierende Teilchen hervorgerufen werden, die beide Zählrohre durchlaufen. Durch zwei solche Zählrohre läßt sich also ein Ultrastrahlungs-bündel ausblenden. Wird ein darunter befindliches drittes Zählrohr, das „Meß-zählrohr“, aus der Symmetrie-ebene nach rechts oder links verschoben, so nimmt die Zahl der durch alle drei Zählrohre gehenden Teilchen nach einer berechenbaren Funktion ab. Durch Variation der Größen und der Abstände der Zählrohre kann diese Verteilungsfunktion so verändert werden, daß eine möglichst große Empfindlichkeit gegen Verschiebung des untersten Zählrohres entsteht. Überlegungen über den Halbschattenverlauf einer analogen optischen Blenden-anordnung führten zu der in den Fig. 2 und 3a dargestellten Geometrie der Zählrohre.

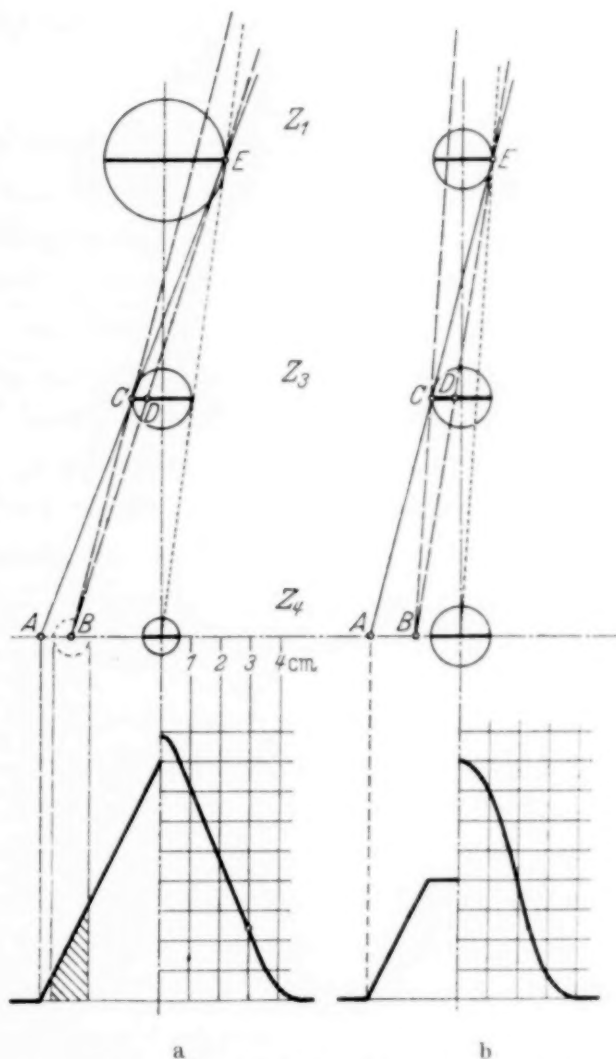


Fig. 3a u. b. Schema der Zählrohranordnung. Die Abstände der Zählrohre sind gegenüber ihren Durchmessern auf $\frac{1}{4}$ verkürzt.

Für die Berechnung der Verteilungskurve einer solchen Anordnung kann die Ultrastrahlungsintensität als gleichmäßig über die ausgeblendeten Winkelbereiche verteilt angenommen und die Zählrohre durch ihre Durchmesser ersetzt werden; die Länge spielt dabei keine Rolle. Die Intensität an einem Punkt B der Verteilungskurve ist dann für ein Zählrohr, dessen Durchmesser gegen 0 geht, proportional dem Winkel CBD , unter dem die

¹⁾ W. Bothe u. W. Kolhörster, ZS. f. Phys. **56**, 751, 1929.

gemeinsam von den oberen Zählrohren ausgeblendete Öffnung von diesem Punkte aus erscheint. Dieser Öffnungswinkel ist proportional der Strecke CI , die ihrerseits, wegen der Ähnlichkeit der Dreiecke CDE und ABE , wieder proportional der Strecke AB ist. Aus der so erhaltenen, auf der linken Seite der Fig. 3a dargestellten differentiellen Verteilung entsteht die auf der rechten Seite dargestellte für das Meßzählrohr zu erwartende durch Integration über seinen Durchmesser.

Die Abnahme der Zahl der Koinzidenzen beträgt für eine Verschiebung aus der Mittelstellung um 0,4 cm in der Anordnung *a* 4,2%, in der bisher üblichen Anordnung *b* mit Zählrohren gleichen Durchmessers 1,9%; für eine Verschiebung um 1 cm 20 bzw. 12%. Durch passende Wahl der Größen und der Abstände der Zählrohre kann also eine beträchtliche Steigerung der Empfindlichkeit erzielt werden, was einer Verkürzung der Meßdauer bei vorgegebener Genauigkeit gleichkommt. Diese Meßdauer kann weiter durch Verwendung dreier nebeneinander liegender Meßzählrohre entsprechend herabgesetzt werden, da so drei Meßpunkte gleichzeitig aufgenommen werden können. Diese Anordnung hat noch den Vorteil, daß sie es möglich macht, die gleichzeitigen Koinzidenzen, d. h., wie aus der Fig. 2 hervorgeht, die Garben, zu zählen.

Die für die getrennte Registrierung der Koinzidenzen und der Garben entwickelte Schaltung ist in Fig. 4 zusammen mit allen wesentlichen Daten angegeben. In der Stufe A werden die Koinzidenzen der Eingangsblende $Z\ 1$, $Z\ 2$, $Z\ 3$ von den Einzelentladungen getrennt. Nachdem erstere in der Stufe B verstärkt worden sind, werden sie einerseits über die Stufen C und D unmittelbar gezählt und andererseits in der Stufe C^+ mit den Einzelentladungen der Zählrohre $Z\ 4_I$, $Z\ 4_{II}$ und $Z\ 4_{III}$ wieder zur Koinzidenz gebracht. Diese Koinzidenzen der Verteilungskurve werden über die Stufe D^+ und den Schützen S_1^+ den Zählwerken I, II und III zugeführt. Weitere Arbeitskontakte dieser Schütze sind so zusammengeschaltet, daß die Zählwerke $I + II$, $II + III$, $I + III$ und $I + II + III$ die ihren Indizes entsprechenden gleichzeitigen Koinzidenzen oder Garben zählen.

Aus der Arbeitscharakteristik (Fig. 5) der angewendeten Koinzidenzschaltung¹⁾, die auf dem großen Durchgriff von über 300% der Schirmgitterrohren bei kleinen Spannungen an der Anode beruht, geht hervor, daß eine

¹⁾ Die gleiche Anordnung ist in der Zwischenzeit von J. C. Mouzon in Rev. Sc. Inst. 7, 467, 1936 beschrieben worden.

Dreifachkoinzidenz einen Spannungsstoß vom vollen Betrag der Anodenspannung, während eine Zweifachkoinzidenz überhaupt keinen gibt. Die Betriebsspannungen der Verstärkerröhren wurden so gewählt, daß ihr

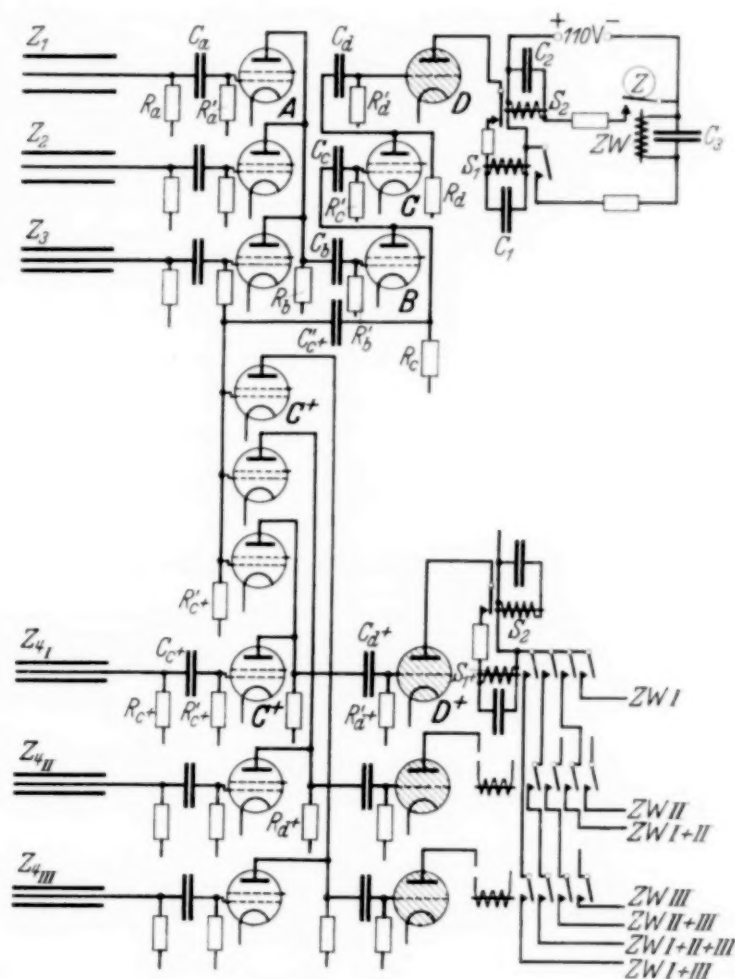


Fig. 4. Koinzidenzverstärkerschaltung.

Z Zählrohre: $R_a = R_c + = 1 \cdot 10^8 \text{ Ohm}$; $R'_a = R'_c + = R'_d = 1 \cdot 10^6 \text{ Ohm}$;
 $R_b = R'_c = 2 \cdot 10^6 \text{ Ohm}$; $R'_b = 3 \cdot 10^6 \text{ Ohm}$; $R_c = R_d = R'_d + = 0,5 \cdot 10^6 \text{ Ohm}$;
 $R_d + = 0,2 \cdot 10^6 \text{ Ohm}$; $C_c = C'_c + = 50 \text{ cm}$; $C_b = 100 \text{ cm}$; $C_a = C_c + = 500 \text{ cm}$;
 $C_d = 2000 \text{ cm}$; $C_d + = 10000 \text{ cm}$; ZW Telephongesprächszähler. Verstärker-
röhren: Stufe A, B und C, RES 094; Stufe C+, RES 164; Stufe D und D+.

Ste 350/02/03.

Arbeitspunkt so weit außerhalb des oberen oder unteren Knickes lag, daß Störspannungen, die kleiner waren als die zu verstärkenden Impulse, nicht weitergeleitet wurden. Diese Maßnahme bewährte sich so, daß, obwohl der vollständig netzbetriebene Verstärker nicht abgeschirmt war, eine Teslaanlage für hohe Spannungen im darüber liegenden Raum keine Störungen gab.

Zu den Zählrohren, die nach Trost¹⁾ mit Argon-Alkoholdampf gefüllt waren und die bekannten guten Eigenschaften zeigten, ist zu bemerken,

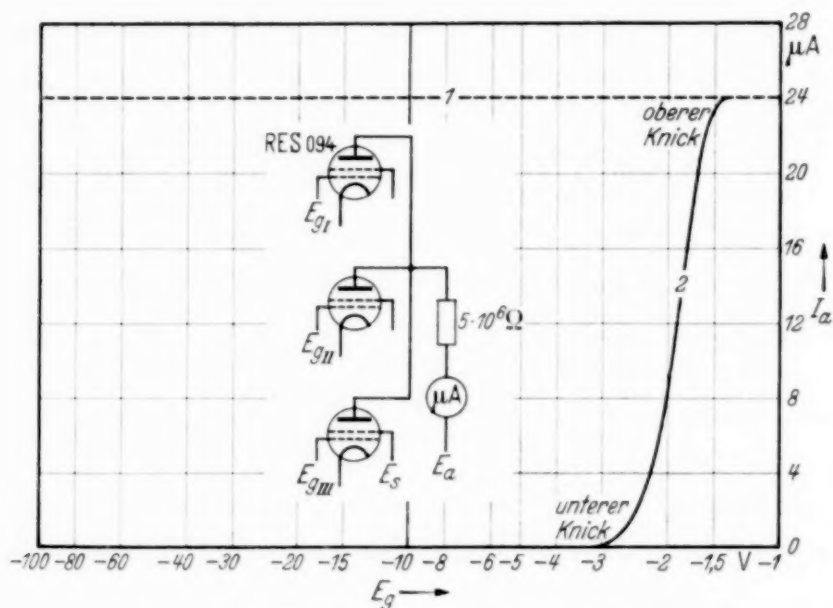


Fig. 5. Arbeitskennlinien der Koinzidenzschialtung.

Kurve 1: $E_{gI} = E_{gII} = E_g$; $E_{gIII} = -1,0$ Volt; Zweifachkoinzidenzen.

Kurve 2: $E_{gI} = E_{gII} = E_{gIII} = E_g$; Dreifachkoinzidenzen.

daß nach mehrmonatlichem Betrieb Nachentladungen auftraten, die eine Neufüllung notwendig machten.

Um verschiedene Fehlermöglichkeiten auszuschließen, wurden noch folgende Maßnahmen getroffen:

1. Die Zählrohre wurden in von Wasser durchflossene doppelwandige Messinggefäße eingebaut; ihre Temperaturen schwankten zwischen 17 und 24° C.

2. Durch Vergleich von Zweifach- (Z 1, Z 2) und Dreifachkoinzidenzen (Z 1, Z 2, Z 3) wurde festgestellt, daß die Zählrohre hundertprozentig zählen.

3. Messungen mit verschiedenen Zählrohrwiderständen (Fig. 4, $R'a$) ergaben, daß diese selben Zählrohre mindestens bis zu Auflösungszeiten von $1,6 \cdot 10^{-6}$ sec herunter keine Koinzidenzen auslassen.

4. Die Zählrohre Z 4_I, Z 4_{II} und Z 4_{III} wurden nacheinander an die gleiche Stelle der Verteilungskurve gebracht; ihre gemessenen Koinzidenz-

¹⁾ A. Trost, ZS. f. Phys. **105**, 399, 1937.

häufigkeiten (Koinzidenzen pro Zeiteinheit) unterschieden sich um weniger als der wahrscheinliche statistische Fehler von 1,6%.

5. Es wurde untersucht, ob ein transversales oder longitudinales Magnetfeld von 2500 Oersted einen Einfluß auf den Entladungsverlauf hat; es wurde weder ein solcher im Kathodenstrahloszillograph beobachtet, noch eine Änderung der Koinzidenzzahl der Eingangsblende¹⁾ bei Einschalten des Magneten gemessen.

6. Es zeigte sich, daß Schwankungen der Zählrohrspannung, die bei den Messungen auf 20 Volt konstant gehalten wurde, zwischen 1300 und 1380 Volt die Koinzidenzhäufigkeit nicht beeinflussen.

7. Eine vierzigtägige Meßreihe der Koinzidenzen der Eingangsblende wies keine größeren Schwankungen ihrer Stundenmittel auf, als statistisch zu erwarten waren. Da die Temperatur der Zählrohre einen regelmäßigen täglichen Gang hatte, so ist auch direkt festgestellt, daß kein meßbarer Temperaturgang der Zählrohre vorhanden war.

Tabelle 1.

Koinzidenz	Auflösungszeit	Zufällige Koinzidenzen pro Stunde
Z1-Z2-Z3	$2,4 \cdot 10^{-5}$ sec	0,03
Z1-Z2-Z3-Z4	$2,0 \cdot 10^{-5}$ sec	0,003
I + II, II + III, I + III	0,07 sec	0,004
I + II + III	0,03	0,002

8. Tabelle 1 gibt die nach dem bekannten radioaktiven Verfahren bestimmten Auflösungszeiten des Verstärkers, die mit Kurzzeitmessungen durch Aufladung eines Kondensators über einen Widerstand bestimmten Auflösungszeiten der Schütze S_1^+ und die daraus berechneten zufälligen Koinzidenzen. Ihre Häufigkeit ist in allen Fällen viel kleiner als die statistischen Schwankungen der entsprechenden Meßwerte und kann somit vernachlässigt werden.

Die Messungen, ihre Ergebnisse und ihre Deutung.

Der Gang der Messungen und ihrer Darstellung. In einer Dauerregistrierung wurde zuerst die Verteilungskurve, d. h. die Koinzidenzhäufigkeit in Funktion der Verschiebung des untersten Dreifachzähl-

¹⁾ W. Bothe u. H. Maier-Leibnitz, ZS. f. Phys. **104**, 604, 1937.

rohres Z 4, ohne Magnet gemessen. Danach wurde der Magnet an seinen Platz zwischen den Zählrohren Z 3 und Z 4 gebracht. Dieser wurde dann fast jeden Tag so lange eingeschaltet, bis die zur Verfügung stehende Akkumulatorenbatterie entladen war; bei der Meßreihe mit 5000 Ørsted betrug die Entladezeit 6 und bei der mit 7000 Ørsted 4 Stunden, die Koinzidenzhäufigkeit wurde dabei stündlich photographisch registriert. Diese Messungen lieferten also die Verteilungskurven mit Magnet ohne Magnetfeld, sowie diejenigen mit Feldern von 5000 und von 7000 Ørsted.

In der folgenden Darstellung werden der besseren Übersicht wegen die wichtigsten Messungen: diejenigen ohne und mit Feld, zuerst behandelt,

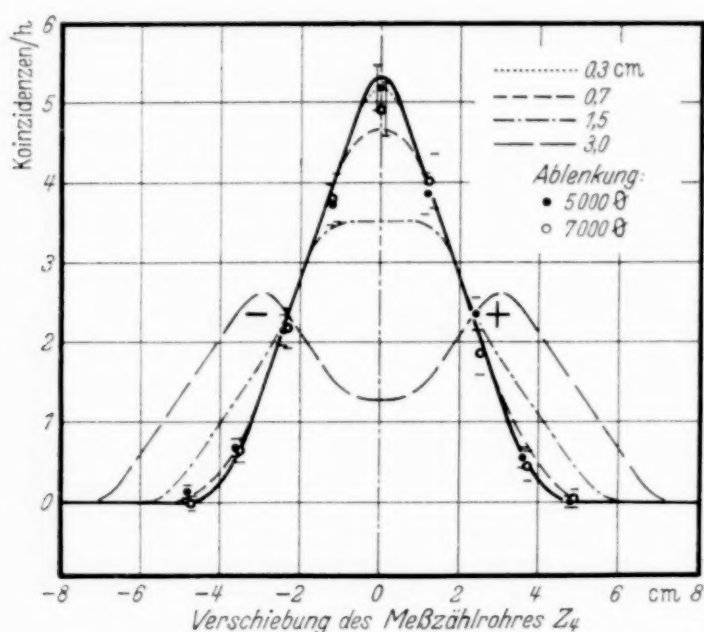


Fig. 6. Ergebnisse der Ablenkungsmessungen bei 5000 und 7000 Ørsted.

dann erst der Einfluß der Absorption durch die Institutsdecken und den Magneten. Zum Schluß werden diese Ergebnisse mit denen der anderen bekannten magnetischen und elektrischen Ablenkungsmessungen verglichen.

Die Ablenkungsmessungen. In Tabelle 2 und Fig. 6 sind die Ergebnisse der Ablenkungsmessungen niedergelegt. Die stark ausgezogene Kurve ist die aus allen Messungen gemittelte Verteilungskurve für Einzelteilchen (siehe S. 287) mit Magnet ohne Feld; von dieser Kurve aus sind die Differenzen der Messungen mit und ohne Feld aus aufgetragen; die Punkte sind bei 5000 und die Kreise bei 7000 Ørsted erhalten worden.

Auf den ersten Blick scheint es, daß keine Ablenkung gemessen sei: Es ist keine seitliche Verschiebung der Verteilungskurve zu bemerken,

Tabelle 2. Ergebnis der Messungen mit Feld.

5000 Ørsted		7000 Ørsted	
Stellung	Koinzidenzhäufigkeit	Stellung	Koinzidenzhäufigkeit
4,8 cm	0,36 \pm 0,02 Mit Feld – 0,21 \pm 0,02 Ohne Feld 0,15 \pm 0,08 Differenz	4,7 cm	0,25 \pm 0,08 Mit Feld – 0,28 \pm 0,03 Ohne Feld – 0,03 \pm 0,09 Differenz
3,6 cm	0,87 \pm 0,10 Mit Feld – 0,75 \pm 0,04 Ohne Feld 0,12 \pm 0,11 Differenz	3,5 cm	0,83 \pm 0,14 Mit Feld – 0,83 \pm 0,05 Ohne Feld – 0,00 \pm 0,15 Differenz
2,4 cm	2,25 \pm 0,17 Mit Feld – 2,27 \pm 0,07 Ohne Feld – 0,02 \pm 0,19 Differenz	2,3 cm	2,15 \pm 0,23 Mit Feld – 2,34 \pm 0,09 Ohne Feld – 0,19 \pm 0,25 Differenz
1,2 cm	4,07 \pm 0,23 Mit Feld – 4,34 \pm 0,08 Ohne Feld – 0,27 \pm 0,25 Differenz	1,2 cm	3,92 \pm 0,29 Mit Feld – 4,06 \pm 0,09 Ohne Feld – 0,14 \pm 0,30 Differenz
0,0 cm	5,40 \pm 0,26 Mit Feld – 5,52 \pm 0,09 Ohne Feld – 0,12 \pm 0,28 Differenz	0,0 cm	4,82 \pm 0,32 Mit Feld – 5,22 \pm 0,11 Ohne Feld – 0,40 \pm 0,33 Differenz
1,2 cm	4,21 \pm 0,23 Mit Feld – 4,35 \pm 0,08 Ohne Feld – 0,14 \pm 0,25 Differenz	1,2 cm	4,62 \pm 0,32 Mit Feld – 4,53 \pm 0,10 Ohne Feld – 0,09 \pm 0,34 Differenz
2,4 cm	2,73 \pm 0,18 Mit Feld – 2,55 \pm 0,09 Ohne Feld – 0,08 \pm 0,20 Differenz	2,5 cm	2,54 \pm 0,25 Mit Feld – 2,73 \pm 0,09 Ohne Feld – 0,19 \pm 0,27 Differenz
3,6 cm	0,99 \pm 0,11 Mit Feld – 1,03 \pm 0,05 Ohne Feld – 0,04 \pm 0,12 Differenz	3,7 cm	1,10 \pm 0,17 Mit Feld – 1,02 \pm 0,05 Ohne Feld 0,08 \pm 0,18 Differenz
4,8 cm	0,29 \pm 0,06 Mit Feld – 0,29 \pm 0,03 Ohne Feld 0,00 \pm 0,07 Differenz	4,9 cm	0,38 \pm 0,10 Mit Feld – 0,34 \pm 0,03 Ohne Feld 0,04 \pm 0,11 Differenz

Bei allen Meßwerten ist der mittlere Fehler = wahrscheinlicher Fehler: 0,674 angegeben.

und man ist versucht, die Abnahme in der Mittelstellung, die fast noch innerhalb des mittleren Fehlers ($\text{Meßwert}/\sqrt{N}$) liegt, als statistische Schwankung zu betrachten. Eine kurze Überlegung zeigt aber, daß nach den heutigen Kenntnissen über das Ladungsvorzeichen der Ultrastrahlungsteilchen kein anderes Resultat zu erwarten ist. Alle bisherigen Messungen des Ladungsvorzeichens ergeben merklich gleich viel Teilchen positiver

und negativer Ladung. Es werde nun zunächst angenommen, daß diese Teilchen alle die gleiche Energie haben. Bei Anlegen eines Magnetfeldes tritt dann eine Aufspaltung der ursprünglichen Verteilungskurve in zwei ähnliche halber Amplitude ein. Bei im Verhältnis zur Breite der Verteilungskurve kleinen Ablenkungen nimmt also an einer Stelle der Flanken der ursprünglichen Kurve die Koinzidenzhäufigkeit für Teilchen eines Vorzeichens ab, um für Teilchen des entgegengesetzten um ebensoviel zuzunehmen: die Koinzidenzhäufigkeit bleibt dort die gleiche. In der Mitte tritt bei der Aufspaltung eine Abnahme ein, die bei immer größer werdender Ablenkung zu einem Minimum wird, wie aus den unter obigen Annahmen berechneten und verschieden gestrichelten Kurven (Fig. 6) für verschiedene Ablenkungen hervorgeht.

Da der geringe beobachtete Effekt so gut erklärt wird, aber zu klein ist, um zu einer Energieanalyse verwendet werden zu können, ist es am einfachsten, die Resultate mit den berechneten Kurven zu vergleichen und dadurch die mittlere Energie aller Einzelteilchen zu erhalten. Eine Steigerung der statistischen Genauigkeit unter diesen Umständen hat keinen Sinn; die Meßdauer würde nur um Monate vergrößert werden, ohne neue Ergebnisse zu bringen.

Aus Fig. 6 wurde entnommen, daß eine Ablenkung um $x = 0,5$ cm der bei 7000 Orsted gemessenen Verteilungsfunktion entspricht. In der Tat zeigt die Fig. 7, daß die so berechnete Verteilungsfunktion (stark gestrichelte Kurve), besonders wenn sie noch im ganzen eine Verschiebung um 0.1 cm nach rechts erfahren hat, sich den Meßwerten am besten anschließt. Dies bedeutet, daß das mittlere Energiemaß dieser Teilchen nach der bekannten Gleichung

$$q = \frac{L}{x} \left(\frac{L}{2} + D \right)$$

für den Krümmungsradius q ,

$$H \cdot q = 5 \cdot 10^6 \text{ Orsted} \cdot \text{cm}$$

beträgt (Energie für Teilchen von Elektronenmasse $300 \cdot H \cdot q = 1,5 \cdot 10^9$ EV) und daß etwas mehr positive als negative Teilchen vorkommen. Aus Fig. 6 folgt, daß die betreffenden Werte für die Messungen bei 5000 Orsted $x = 0,3$ cm, $H \cdot q = 5,8 \cdot 10^6$ Orsted \cdot cm und $1,7 \cdot 10^9$ EV für Teilchen von Elektronenmasse sind.

Es muß nun noch gezeigt werden, daß die Meßergebnisse nicht durch zwei Teilchenkomponenten erklärt werden können: Eine zahlenmäßig kleinere, mit einer Energie von etwa $2 \cdot 10^8$ EV, die so stark abgelenkt würde, daß sie zum Meßwert in der Mittelstellung keinen Beitrag gibt, und eine zahlreichere zweite, die beim Anlegen des Magnetfeldes nicht beeinflußt würde, sei es, daß ihre Energie über $4 \cdot 10^9$ EV liegt, sei es aus anderen Gründen. Dieser Nachweis kann auf zweierlei Arten geschehen:

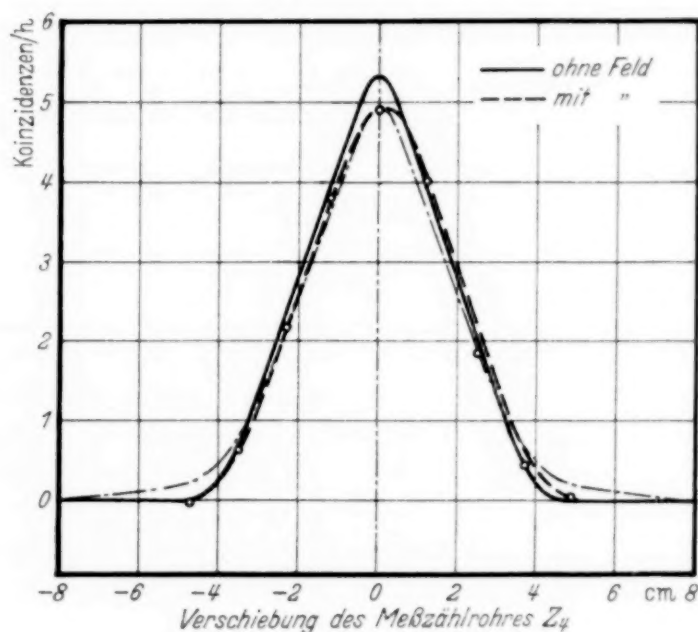


Fig. 7. Auswertung der Messungen bei 7000 Ørsted.

1. In der Fig. 7 ist die für diesen Fall bei 7000 Ørsted zu erwartende Verteilung strichpunktiert eingezeichnet; wie sofort ersichtlich, stimmt sie schlecht mit den Ergebnissen überein.

2. Der Unterschied in der Mittelstellung bei 5000 und 7000 Ørsted gegenüber dem Wert ohne Feld müßte fast gleich sein, während die Messungen einen großem Unterschied ergeben.

Weiter läßt sich aus dem kleinen Effekt bei 5000 Ørsted schließen, daß Teilchen mit Energien $< 7 \cdot 10^8$ EV höchstens einige Prozent der Gesamtzahl ausmachen.

Aus den Ablenkungsmessungen folgt also, daß nach Durchlaufen eines Absorbers von ungefähr 22 cm Bleiäquivalent (Institutsdecken 18 cm + oberer Teil der Wicklung 4 cm) die Ultrastrahlungsteilchen eine mittlere Energie von $1,5 \cdot 10^9$ EV besitzen, die positiven Teilchen etwas zahlreicher

als die negativen sind, und Teilchen unter $7 \cdot 10^8$ EV ein Bleiäquivalent von 4 cm (unterer Teil der Wicklung) nicht zu durchdringen vermögen.

Die Verteilungskurven ohne und mit Magnet und die Berücksichtigung der Garben. Die bisherigen Betrachtungen sind unter der Voraussetzung gemacht, daß die Teilchen in der Magnetwicklung keine Streuung erfahren

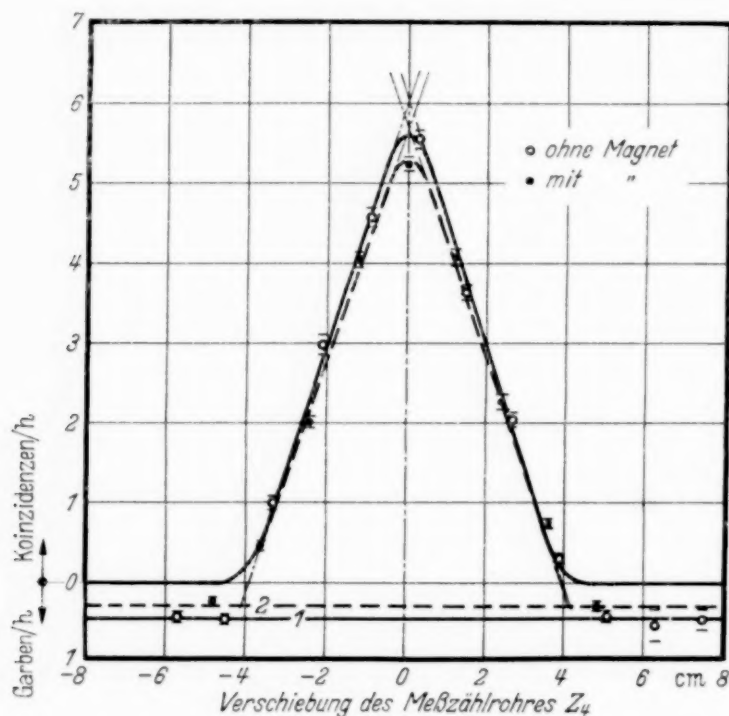


Fig. 8. Die Verteilungskurven ohne und mit Magnet.

haben; es bleibt noch zu zeigen, daß dies wirklich der Fall ist. Bei der Aufnahme der Verteilungskurven zeigte es sich, daß die Meßwerte im Vollschatten der Eingangsblenden viel größer waren als die zufälligen Koinzidenzen. Es liegt nun nahe anzunehmen, daß diese konstanten Werte von 0,45 G/h (Garben pro Stunde) ohne und 0,30 mit Magnet (in der Fig. 8 vom Nullpunkt aus nach unten aufgetragen) von Garben herrühren, d. h. daß ein oder mehrere Teilchen die Eingangszählrohre und ein weiteres gleichen Ursprungs das Meßzählrohr zum Ansprechen bringen. Bei unseren Messungen sind die Garbenhäufigkeiten unmittelbar gemessen worden (siehe S. 278 und Tabelle 3). Ihre Summe ist unter Berücksichtigung des Mehrfachvorkommens der Garben I + III und I + II + III:

$$\begin{aligned}
 & (I + II) + (II + III) + 2(I + III) + 3(I + II + III) \\
 & = 0,53 \pm 0,14 \text{ ohne Magnet,} \\
 & = 0,33 \pm 0,11 \text{ mit Magnet}
 \end{aligned}$$

und stimmt also innerhalb der statistischen Fehler mit den Häufigkeiten 0,45 G/h und 0,30 überein.

Um die Verteilungskurven für Einfachteilchen zu erhalten, sind also von allen Meßwerten jeweilig diese Garbenhäufigkeiten abzuziehen. Durch die so erhaltenen Punkte sind in der Fig. 8 die vier strichpunktierten Geraden gezogen, deren Schnittpunkte mit der Nulllinie die Breite der differentiellen Verteilungskurve geben. Diese Breite ist mit und ohne Magnet gleich; daraus folgt, daß keine meßbare Streuung stattgefunden hat. Weiter folgt aus der Übereinstimmung der aus dem inneren Durchmesser der Zählrohre (Fig. 2) berechneten Breite $d_1 + 2d_3 = 7,7$ cm mit der gemessenen von 7,8 cm, daß die Zählrohre über ihren ganzen Durchmesser hundertprozentig zählen. Die Abrundungen der Verteilungskurven wurden aus der berechneten Kurve (Fig. 3) entnommen.

Tabelle 3. Mittlere Häufigkeit der Garben.

	I + II	II + III	I + III	I + II + III
Ohne Magnet	$0,06 \pm 0,02$	$0,06 \pm 0,02$	$0,04 \pm 0,02$	$0,11 \pm 0,03$
Mit Magnet	$0,06 \pm 0,02$	$0,06 \pm 0,02$	$0,025 \pm 0,01$	$0,06 \pm 0,02$

Was nun die Absorption durch den Magneten betrifft, so fällt auf, daß sie für Einzelteilchen weniger als 7%, für Garben aber rund 30% (Differenz der Geraden 1 und 2 in Fig. 8) beträgt. Der Vergleich des daraus berechenbaren Absorptionskoeffizienten für Einzelteilchen von $\mu/q = 0,7 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ mit den bisher bekannten zeigt, daß er merklich gleich dem der Regenerschen H_1 -Komponente¹⁾ oder des Augerschen durchdringenden Anteils²⁾ ist. Für die Garben läßt sich wegen der Rossi-Kurve ein Vergleich mit anderen Messungen schwer durchführen. Der Anteil an Garben kann aber, wie gezeigt, jedenfalls experimentell von den Einfachteilchen getrennt werden. Er beträgt bei uns 10%.

Aus dem Verhältnis der Häufigkeiten der Garben I + II, II + III, I + II + III und I + III läßt sich schließen, daß bei unseren Versuchsbedingungen der Anteil an Garben mit Winkeln über 5° nur ungefähr $1/10$ beträgt.

Für die Berechnung der Absorption durch die Decken des Institutes, deren Äquivalentschichtdicke mindestens 18 cm Blei beträgt, wird die

¹⁾ E. Regener, Phys. ZS. **34**, 306, 1933. — ²⁾ P. Auger, L. Leprince-Ringuet u. P. Ehrenfest jr., Journ. de phys. et le rad. **7**, 58, 1936.

Koinzidenzhäufigkeit mit dem kleinsten mittleren Fehler, die der Eingangsblende genommen, die ungerechnet auf Raumwinkleinheit, cm^2 und sec

$$I_{18 \text{ cm Pb}} = 0,00694 \pm 0,00007$$

ist. Es werden also 30% der einfallenden Teilchen absorbiert, wenn der Wert $I = 0,01$ von Ehmert und Trost¹⁾ zum Vergleich genommen wird. Die Absorption in Decke plus Magnet beträgt dann $30 + 70 \cdot 0,3/5,5 = 34\%$, der Anteil an Einzelteilchen nach Durchlaufen des Magneten an der gesamten einfallenden Intensität $100 - (34 + 9) = 57\%$.

Vergleich mit anderen Energiebestimmungen der Ultrastrahlungsteilchen.

a) *Mit den Ergebnissen der Wilson-Kammer-Messungen.* Die mittlere Energie der bei uns durch das Magnetfeld abgelenkten Einzelteilchen läßt sich aus dem Energiespektrum für Einzelteilchen, das von Anderson²⁾ und Blackett³⁾ aus Wilson-Kammer-Aufnahmen gewonnen wurde, abschätzen, wenn man die Absorption und Bremsung durch die Decken des Institutes gemäß den neuen Messungen von Blackett⁴⁾ über den Energieverlust berücksichtigt. Man kommt so zu etwa $2 \cdot 10^9$ EV. Nach denselben Energieverlustmessungen werden Teilchen mit Energien unter $1 \cdot 10^9$ EV durch 4 cm Blei, der Äquivalentschichtdicke des unteren Teiles der Wicklung unseres Magneten, vollständig absorbiert. Weiter sind von Leprince-Ringuet⁵⁾ hinter 14 cm Blei mehr positive als negative Teilchen gefunden worden. Die Übereinstimmung mit unseren Ergebnissen ist so gut, als man bei ihrer kleinen Genauigkeit überhaupt erwarten kann.

b) *Mit Messungen der Ablenkung in Magnetfeldern mit Koinzidenzanordnungen.* Mott-Smith⁶⁾ versuchte 1930 bis 1931 die Ablenkung in Magnetfeldern in Eisen mit einer unserer ähnlichen Apparatur nachzuweisen. Die für Elektronen erwartete seitliche Verschiebung der Verteilungskurve wurde nicht beobachtet; dagegen, wie in unserem Falle, eine Abnahme in ihrer Mitte, der eine Ablenkung um 1,5 cm oder ein Krümmungsradius von 270 cm entspricht. Aus der Absorption der Ultrastrahlungsteilchen

¹⁾ A. Ehmert u. A. Trost, ZS. f. Phys. **100**, 553, 1936. — ²⁾ C. D. Anderson u. S. H. Neddermeyer, International Conference on Physics London **1**, 171, 1934. — ³⁾ P. M. S. Blackett, Proc. Roy. Soc. London (A) **159**, 1, 1937. — ⁴⁾ P. M. S. Blackett u. J. G. Wilson, ebenda **160**, 304, 1937. — ⁵⁾ L. Leprince-Ringuet, Journ. de phys. et le rad. **7**, 67, 1936. — ⁶⁾ L. M. Mott-Smith, Phys. Rev. **39**, 403, 1932.

im Eisen ergibt sich, daß ihr Energiespektrum annähernd das gleiche ist, wie in unserer Messung; das wirksame Feld beträgt also, da das mittlere Energiemaß das gleiche ist: $4,9 \cdot 10^6 : 270 = 18000$ Gauß, während die Induktion zu 17000 Gauß gemessen wurde. Unter Berücksichtigung der statistischen Fehler kann ausgesagt werden, daß auf Teilchen von 10^9 EV, die Magnetfelder in Eisen durchlaufen, mindestens $\frac{2}{3}$, wahrscheinlich aber die ganze Induktion ablenkend wirkt, in guter Übereinstimmung mit den theoretischen Überlegungen von Weizsäcker¹⁾. Danforth und Swan²⁾ werten ihre Ablenkungsmessungen in Eisen mit Hilfe der Andersonschen Energieverteilungs- und Energieverlustmessungen³⁾ aus und folgern daraus, daß das ablenkende Feld zwischen B und $B/4$ liegen muß.

Für den negativen Ausfall der Rossischen Messungen⁴⁾ bleibt also nur die vollständig genügende Erklärung, daß der korpuskulare Anteil der Ultrastrahlung aus nahezu gleich viel positiven und negativen Teilchen besteht. Die geometrische Anordnung der Apparatur ist solcher Art, daß in diesem Falle beim Einschalten oder Kommutieren des Magnetfeldes keine Änderung der Koinzidenzhäufigkeit zu erwarten ist.

Die von Curtiss⁵⁾ gemessene 30%ige Abnahme der Koinzidenzhäufigkeit in einem Felde von 7000 Ørsted in Luft, aber ohne Absorber, entspricht dem in unseren Messungen von den Institutsdecken und dem Magneten absorbierten Anteil.

c) Mit Messung der Ablenkung in elektrischen Feldern mit Koinzidenzanordnung. Mit unseren Ergebnissen, die mit den Wilson-Kammer-Messungen übereinstimmen, scheinen die Messungen von E. Lenz⁶⁾ in Widerspruch zu stehen. Wir glauben letzteren durch eine andere Deutung dieser Messungen aufklären zu können.

Dazu ist es notwendig, die gemessene Verteilungskurve⁷⁾ mit der aus den geometrischen Bedingungen und unserer Häufigkeit für Einzelteilchen (diese Messungen wurden unter den gleichen Institutsdecken wie unsere durchgeführt) berechneten (siehe S. 277) zu vergleichen. Aus diesem Vergleich folgt, daß die Ansprechwahrscheinlichkeit der Koinzidenzanordnung für Einzelteilchen, die in der Mittelstellung 40% betragen haben muß, dem

¹⁾ C. F. v. Weizsäcker, Ann. d. Phys. **17**, 869, 1933. — ²⁾ W. E. Danforth u. W. F. G. Swann, Phys. Rev. **49**, 582, 1936. — ³⁾ C. D. Anderson u. S. H. Neddermeyer, Phys. Rev. **51**, 884, 1937. — ⁴⁾ B. Rossi, Nature **128**, 300, 1931. — ⁵⁾ L. F. Curtiss, Bur. Stand. Journ. Res. **9**, 815, 1932. — ⁶⁾ E. Lenz, Ann. d. Phys. **23**, 207, 1935. — ⁷⁾ E. Lenz, l. c. S. 218.

Rande zu auf 20% abgefallen ist und daß der wirksame Durchmesser der Zählrohre, statt des geometrischen von 2,8 cm, nur ungefähr 2 beträgt. Da mindestens ein Ionenpaar notwendig ist, um Zählrohre zum Ansprechen zu bringen und bei der verwendeten Argonfüllung von 40 mm Hg im Mittel die Ultrastrahlungsteilchen nur ungefähr ein Ionenpaar pro cm Weg erzeugen, ist es verständlich, daß die Ansprechwahrscheinlichkeit der Zählrohre < 1 ist und entsprechend der abnehmenden Weglänge dem Rande zu stark abfällt.

Die Energie der abgelenkten Teilchen wird deswegen nicht durch die Begrenzung des Feldes durch die Kondensatorplatten bestimmt, sondern läßt sich bei kleinen Ablenkungen nach unserem Verfahren abschätzen. Die Abnahme in der Mittelstellung, die einer Ablenkung um 0,3 cm entspricht, beginnt bei 30000 Volt/cm¹⁾, die energieärmsten Teilchen haben also eine Energie von

$$1,34 \cdot 10^4 \frac{30\,000}{0,3} = 1,3 \cdot 10^9 \text{ EV } ^2).$$

Aus der Feldstärke der größten Abnahme, die einer solchen Verschiebung entspricht, daß der eine Wendepunkt der Verteilungskurve ohne Feld in die Mittelstellung fällt, also um 0,5 cm, berechnet sich die mittlere Energie zu:

$$1,5 \cdot 10^9 \text{ EV},$$

während von Lenz nur einige 10^8 ausgerechnet wurden.

Aus der Feldstärkenabhängigkeitskurve¹⁾ folgt die bemerkenswerte Tatsache, daß sicher weniger als 5% der ohne Feld gemessenen Teilchen eine Energie über $2,5 \cdot 10^9$ EV haben, während nach den Ergebnissen von Blackett³⁾ und Leprince-Ringuet⁴⁾ 10 bis 20% zu erwarten sind. Das Fehlen dieser Teilchen wird, da die Ansprechwahrscheinlichkeit der Zählrohre bei dem verwendeten Fülldruck außer von den oben erwähnten Faktoren auch von der spezifischen Ionisation der Teilchen abhängt, dadurch erklärt, daß ihre spezifische Ionisation kleiner als die im Energiebereich von $1,5 \cdot 10^9$ EV ist. Wenn das Verhältnis der spezifischen Ionisationen von zwei Teilchenarten n ist, so beträgt das der Ansprechwahrscheinlichkeiten der Vierfachkoinzidenzapparatur n^4 ; es genügt also ein in Wilson-Kammer-Aufnahmen nicht wahrnehmbarer Unterschied um eine Teilchenart kleinerer Ionisation praktisch zum Verschwinden zu bringen. Eine

¹⁾ E. Lenz, l. c. Fig. 6. — ²⁾ E. Lenz, l. c. S. 226. — ³⁾ P. M. S. Blackett, Proc. Roy. Soc. London (A) **159**, 1, 1937; P. M. S. Blackett u. J. G. Wilson, ebenda **160**; 304, 1937. — ⁴⁾ L. Leprince-Ringuet, Journ. de phys. et le rad. **7**, 67, 1936.

mögliche Erklärung für diesen Unterschied ist die, daß Teilchen mit einer Energie $> 2,5 \cdot 10^9$ EV Protonenmasse haben, wie sich aus dem Verlauf der von Bethe¹⁾ berechneten Ionisationskurven für Elektronen und Protonen ergibt.

Für die Teilchenkomponente von $1,5 \cdot 10^9$ EV, die auch in den Messungen von Anderson²⁾ und Blackett³⁾ auftritt, läßt sich unmittelbar aus den Werten mit und ohne Bleiabsorber bei 700 und 27 200 Volt/cm⁴⁾ der Absorptionskoeffizient zu $\mu/\rho = 0,8 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ berechnen; er ist innerhalb der Meßfehler gleich dem der Regenerschen H_1 -Komponente in den früheren Bodenseemessungen, des Augerschen durchdringenden Anteils und auch unserer Einzelteilchen. A. Ehmert⁵⁾ gibt nach seinen Koinzidenzmessungen im Bodensee der Absorptionsfunktion eine neue Darstellung und charakterisiert eine harte Komponente durch einen Absorptionsexponenten $\varepsilon = 1,87$. Der nach dieser Darstellung vom Gesamtabsorber (Atmosphäre + Decken) abhängige Absorptionskoeffizient der harten Komponente berechnet sich für unseren Fall zu $\mu/\rho = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$.

Zusammenfassung der Ergebnisse.

Es ist gezeigt worden, daß

1. die Ablenkungsmessungen von Ultrastrahlungsteilchen mit Koinzidenzanordnungen in magnetischen und elektrischen Feldern nicht in Widerspruch stehen mit den aus Wilson-Kammer-Messungen gewonnenen Energieverteilungen;
2. rund die Hälfte der in Meereshöhe einfallenden Ultrastrahlungsteilchen nach Durchlaufen von 25 cm Bleiäquivalent oder 260 g cm^{-2} noch eine Energie $> 8 \cdot 10^8$ EV haben;
3. Teilchen mit Energien $< 8 \cdot 10^8$ EV ein Bleiäquivalent von 4 cm nicht zu durchdringen vermögen;
4. auf Teilchen mit Energien $> 1 \cdot 10^9$ EV bei der magnetischen Ablenkung in Eisen mindestens $\frac{2}{3}$, wahrscheinlich aber die ganze Induktion einwirkt;
5. nach den Messungen von E. Lenz die Teilchen mit Energien $> 2,5 \cdot 10^9$ EV eine kleinere spezifische Ionisation als solche mit einer Energie von $1,5 \cdot 10^9$ EV haben;

¹⁾ H. Bethe, ZS. f. Phys. **76**, 293, 1932. — ²⁾ C. D. Anderson u. S. H. Neddermeyer, International Conference on Physics London **1**, 171, 1934. — ³⁾ P. M. S. Blackett, Proc. Roy. Soc. London (A) **159**, 1, 1937. — ⁴⁾ E. Lenz, l. c. Fig. 6. — ⁵⁾ A. Ehmert, ZS. f. Phys. **106**, 751, 1937.

6. die Teilchengruppe mit einer mittleren Energie von $1,5 \cdot 10^9$ EV den gleichen Absorptionskoeffizienten wie die harte Komponente im Bodensee und der Augersche durchdringende Anteil hat;

7. Einzelteilchen auch in geradlinigen Koinzidenzanordnungen durch Unterteilung eines Zählrohres von den Garben getrennt werden können.

Vorliegende Arbeit wurde im Physikalischen Institut der Technischen Hochschule Stuttgart ausgeführt. Zu Dank verpflichtet bin ich Herrn Prof. Dr. E. Regener für Anregung und Unterstützung der Arbeit, sowie für die Bereitstellung der Mittel, die zum Teil aus Bewilligungen der Notgemeinschaft und der Forschungsgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft stammen. Der Werft Friedrichshafen des Luftschiffbau Zeppelin danke ich für die Anfertigung der Magnetwicklung, Herrn Generaldirektor Helmut Junghans für die Überlassung von Uhrwerken.

Stuttgart N, Menzelstr. 20, den 15. März 1938.